



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Mestrado Integrado em Engenharia Materiais

UC de Electrónica e Instrumentação

Departamento de Electrónica Industrial

Júlio S. Martins



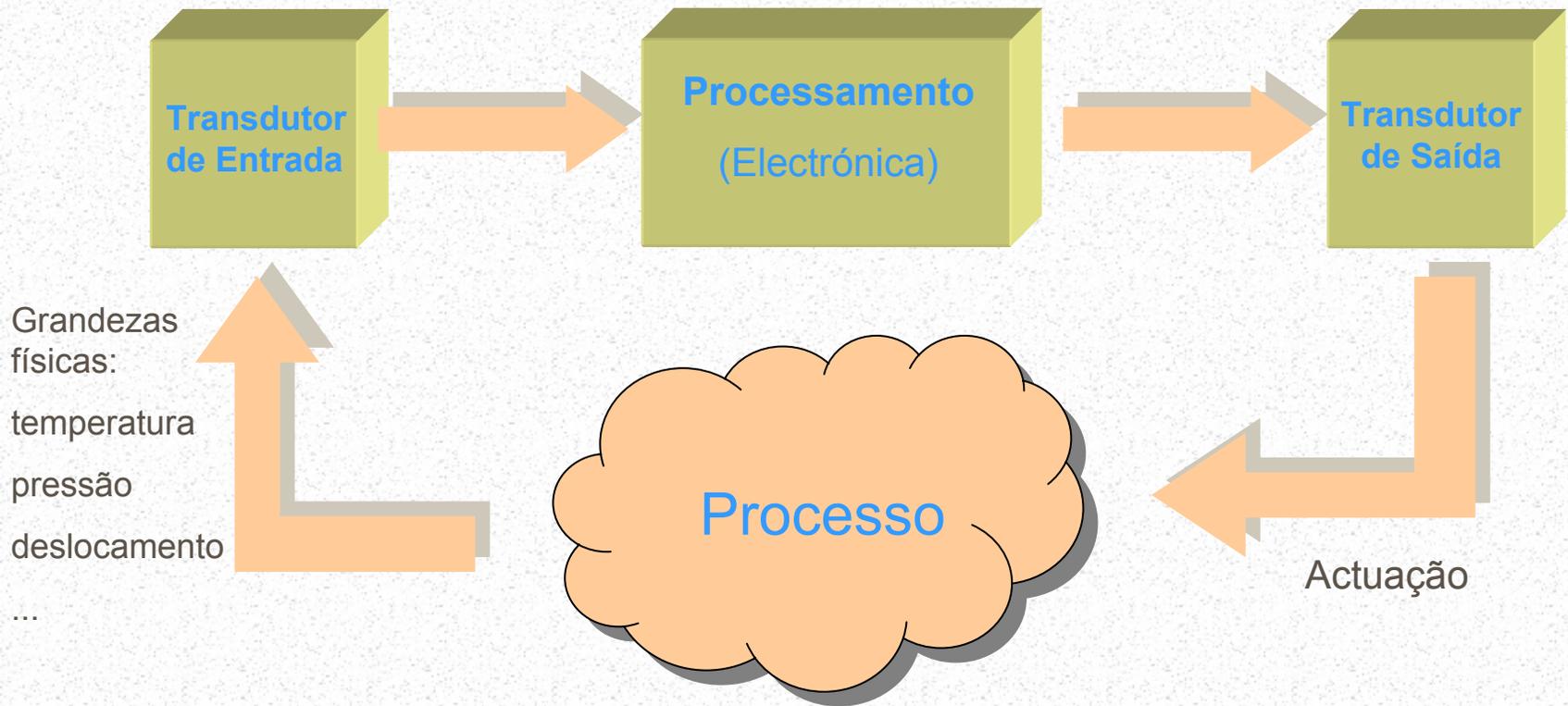
Bibliografia



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Livros

- Electrónica, vol.s 1 e 2, A. Malvino, Ed. MacGraw-Hill
- Microelectronic circuits, Sedra / Smith, Ed. Saunders
- Integrated Electronic, Millman, Ed. MacGraw-Hill
- Zanger, Henry. Electronic Systems - Theory and Applications. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1977
- Duncan, Tom, Electronics for Today and Tomorrow. John Murray, 1988





Programa



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Representação de Sinais
 - Representação Matemática e Gráfica
 - Valor Médio e Valor Eficaz
 - Análise de *Fourier*
- Rudimentos de Electricidade
 - Carga Eléctrica
 - Força Eléctrica
 - Campo Eléctrico
 - Energia Potencial Eléctrica
 - Tensão Eléctrica. Fontes de tensão
 - Corrente Eléctrica
 - Resistência. Lei de Ohm
 - Potência. Energia. Rendimento
 - Condensadores.



Programa



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Rudimentos de Magnetismo
 - Produção de um Campo Magnético a partir de uma corrente Eléctrica; Vector Intensidade do Campo Magnético
 - Vector Indução Magnética; Fluxo Magnético
 - Materiais Magnéticos
 - Produção de Força num Condutor
 - Indução Electromagnética
 - Indutores
- Circuitos de Corrente Contínua (CC)
 - Circuitos Série e Paralelo
 - Ligação em série. Lei de Kirchhoff para a Tensão. Regra do Divisor de Tensão
 - Ligação em Paralelo. Lei de Kirchhoff para a Corrente. Regra do Divisor de Corrente
 - Fontes de Tensão e Fontes de Corrente
 - Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC
 - Método dos Nós
 - Método das Malhas



Programa

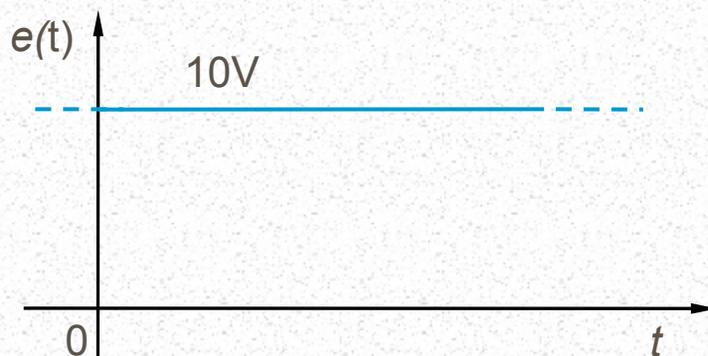


Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Teoremas
 - Teorema da Sobreposição das Fontes
 - Teorema de Thévenin
 - Teorema de Norton
 - Teorema da Máxima Transferência de Potência
- Circuitos de Corrente Alternada (CA)
 - Conceito de Reactância. Conceito de Impedância.
 - Fasores e Números Complexos
 - Potência em CA
- Análise de Circuitos RC e RL de 1ª Ordem?
 - Resposta no domínio dos tempos
 - Resposta em Frequência
- Componentes de Sistemas Electrónicos
 - Componentes Básicos
 - O Díodo Semicondutor
 - O Transístor Bipolar

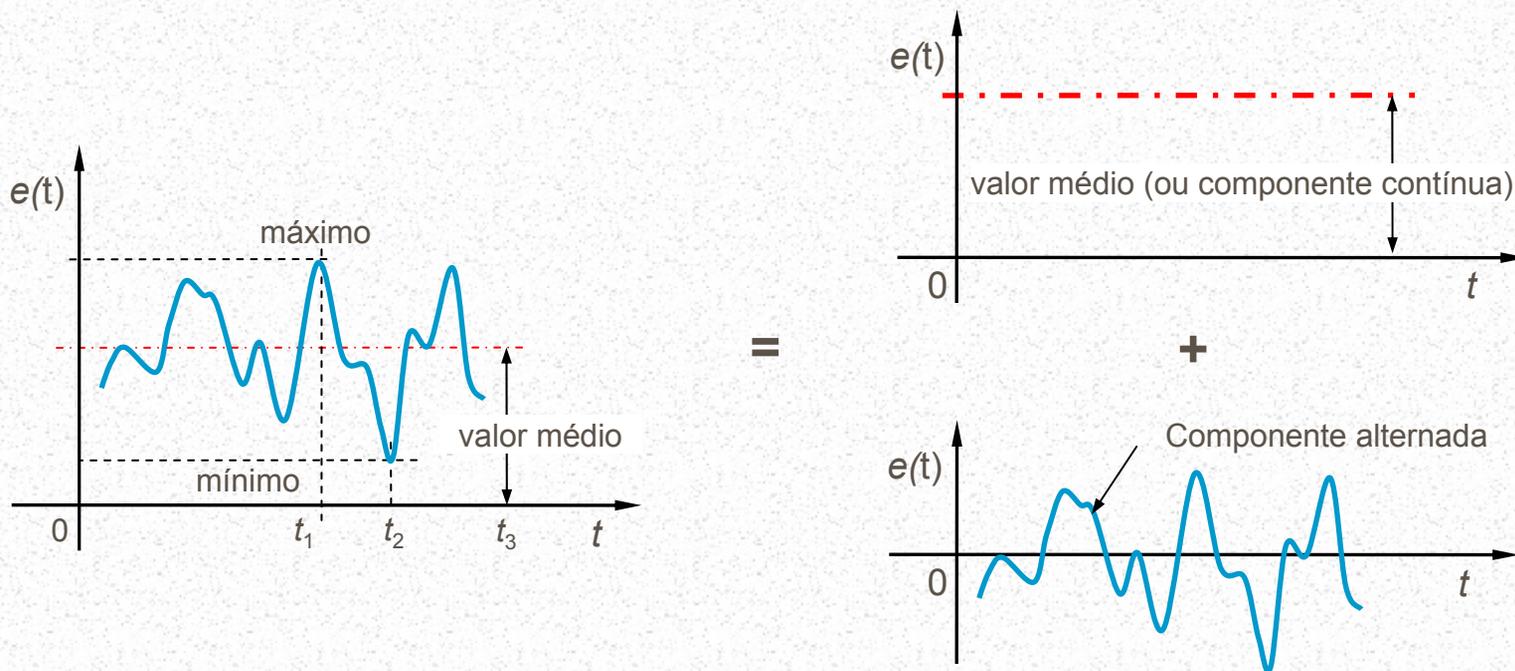
■ Representação de Sinais (matemática e gráfica)

... os sinais eléctricos são grandezas (eléctricas) que apresentam uma determinada evolução *ao longo do tempo* (são função da variável tempo t)



$$e(t) = 10 \text{ V}$$

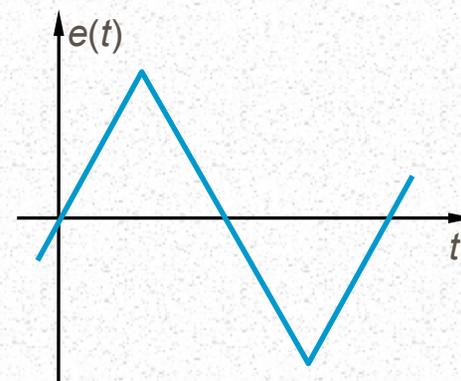
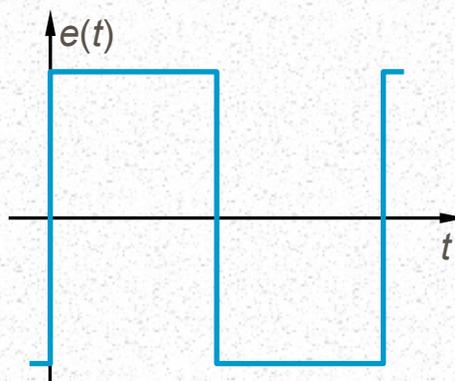
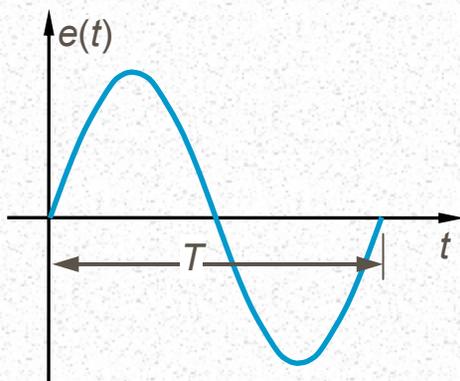
■ Representação de Sinais (matemática e gráfica)



$$e(t) = \text{componente contínua} + \text{componente alternada}$$

- Representação de Sinais (matemática e gráfica)
 - Sinais periódicos

$$e(t + T) = e(t)$$



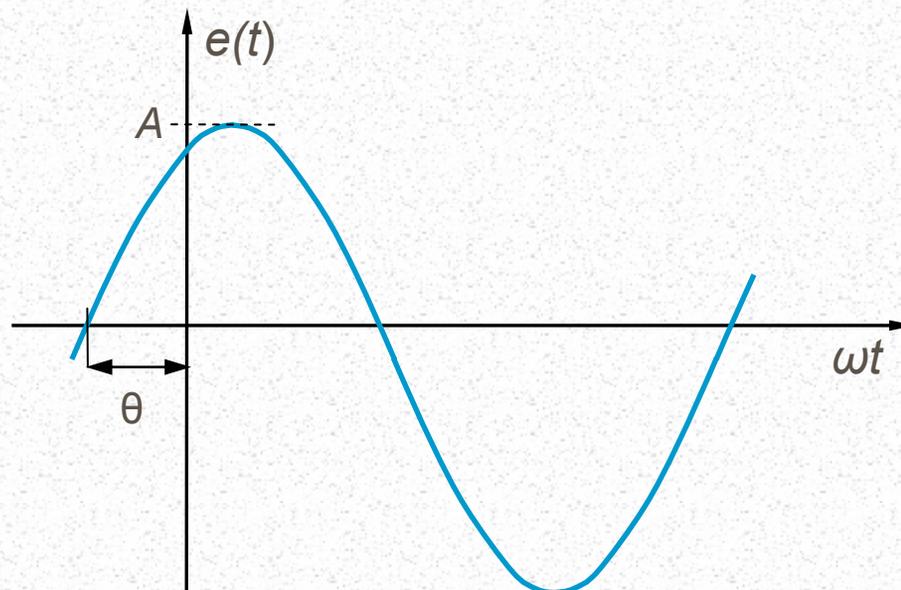
- Representação de Sinais (matemática e gráfica)
 - Sinais sinusoidais

$$e(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta)$$

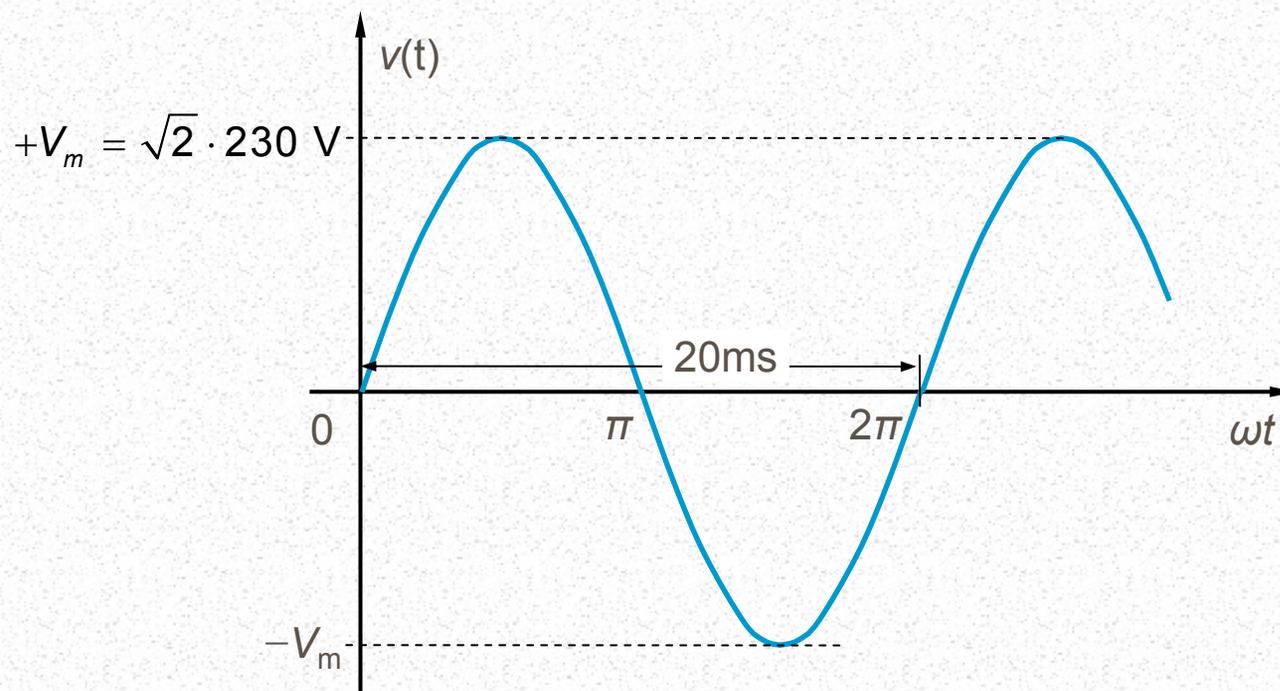
$\omega = 2\pi f \rightarrow$ frequência angular

$A \rightarrow$ amplitude

$\theta \rightarrow$ fase

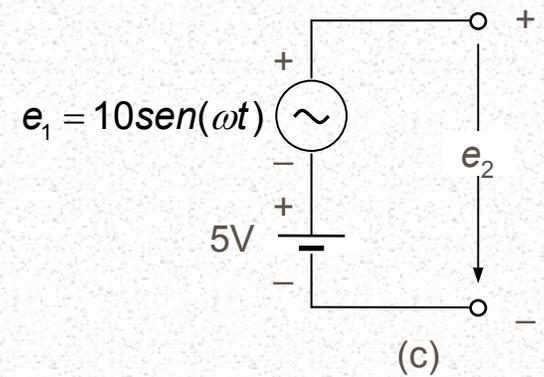
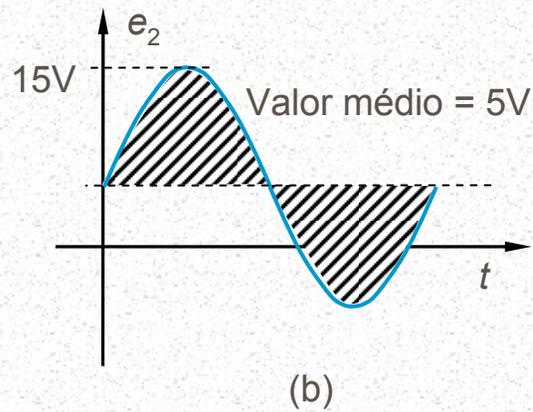
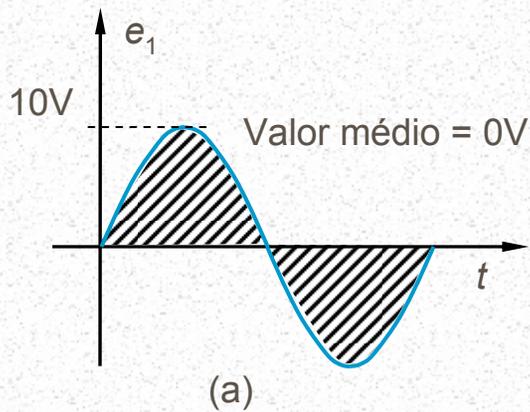


- Representação de Sinais (matemática e gráfica)
 - Sinais sinusoidais

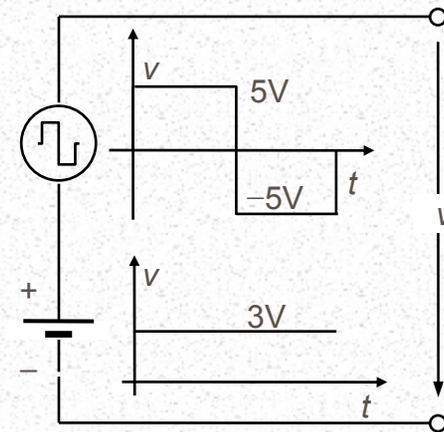
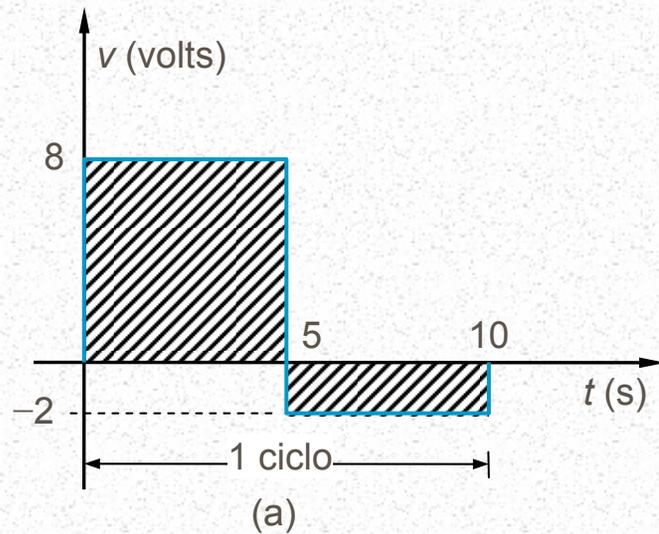


Forma de onda da tensão na rede de energia eléctrica

■ Valor Médio



■ Valor Médio



$$G \text{ (valor médio)} = \frac{\text{área (soma algébrica)}}{T \text{ (período)}}$$

$$G = \frac{A_1 - A_2}{T} = \frac{(8 \text{ V})(5 \text{ s}) - (2\text{V})(5 \text{ s})}{10 \text{ s}} = \frac{30}{10} = 3 \text{ V}$$



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Valor Médio

$$G = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} e(t) dt$$

■ Valor Eficaz

$$E_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} e(t)^2 dt}$$

■ Exemplo: valor eficaz da sinusóide

$$E_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} e(t)^2 dt}$$

$$E_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \text{sen}^2(\omega t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A^2 \text{sen}^2(\alpha) d\alpha}$$

$$E_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A^2 \text{sen}^2(\alpha) d\alpha = \frac{A^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} (1 - \cos(2\alpha)) d\alpha = \frac{A^2}{4\pi} \left[\alpha - \frac{1}{2} \text{sen}(2\alpha) \right]_0^{2\pi} =$$
$$= \frac{A^2}{2}$$

$$\rightarrow E_{\text{eff}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

■ Análise de *Fourier*

■ Série de *Fourier*

- De acordo com a teoria desenvolvida por **Joseph Fourier**, qualquer função periódica $f(t)$, de período T , pode ser representada por uma série infinita da forma ...

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t)), \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

- Os **coeficientes de Fourier** a_0, \dots, a_n , e b_0, \dots, b_n , são dados por ...

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen}(n\omega t) dt, \quad n = 1, 2, \dots$$

■ Análise de *Fourier*

■ Série de *Fourier*

- Expressão alternativa.

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega t + \delta_n), \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$c_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$\delta_n = \arctan\left(-\frac{b_n}{a_n}\right), \quad n = 1, 2, \dots$$

- A representação gráfica da amplitude (c_n) e da fase (δ_n) em função da frequência denomina-se **espectro** do sinal $f(t)$ (espectro de amplitudes e espectro de fases)

■ Análise de *Fourier*

■ Série de *Fourier* – Exemplo (onda quadrada)

Como $f(t)$ é uma função ímpar (o mesmo acontecendo a $f(t)\cos(n\omega t)$):

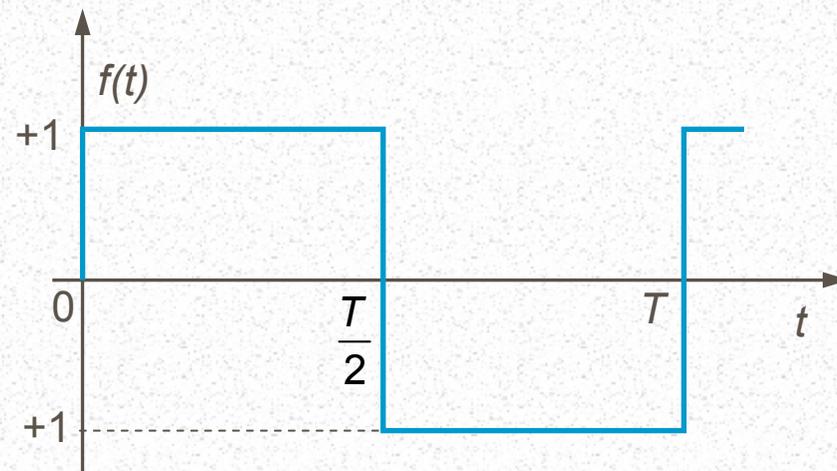
$$a_0 = 0$$

$$a_n = 0 \quad n = 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left(\int_0^{T/2} \text{sen}(n\omega t) dt - \int_0^{T/2} \text{sen}(n\omega t) dt \right) =$$

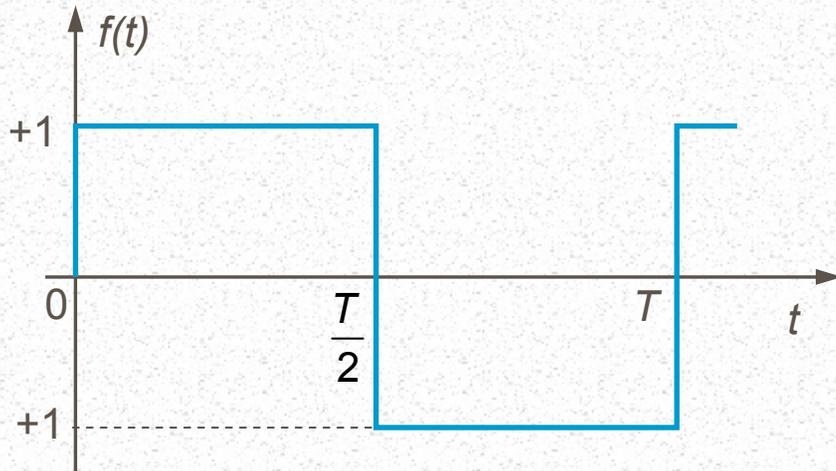
$$= \begin{cases} \frac{4}{n\pi} & \text{para } n \text{ ímpar} \\ 0 & \text{para } n \text{ par} \end{cases}$$

$$\rightarrow f(t) = \frac{4}{\pi} \left(\text{sen}\omega t + \frac{\text{sen}3\omega t}{3} + \frac{\text{sen}5\omega t}{5} + \dots \right)$$



$$f(t) = \begin{cases} +1, & 0 \leq t < T/2 \\ -1, & T/2 \leq t < T \end{cases}$$

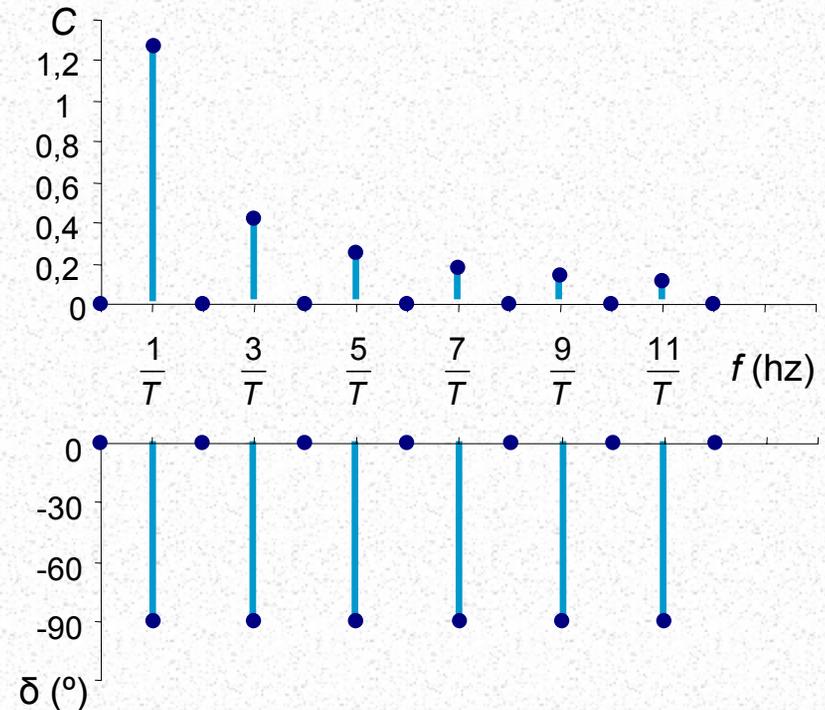
■ Análise de *Fourier*



Representação $f(t)$ no domínio do tempo

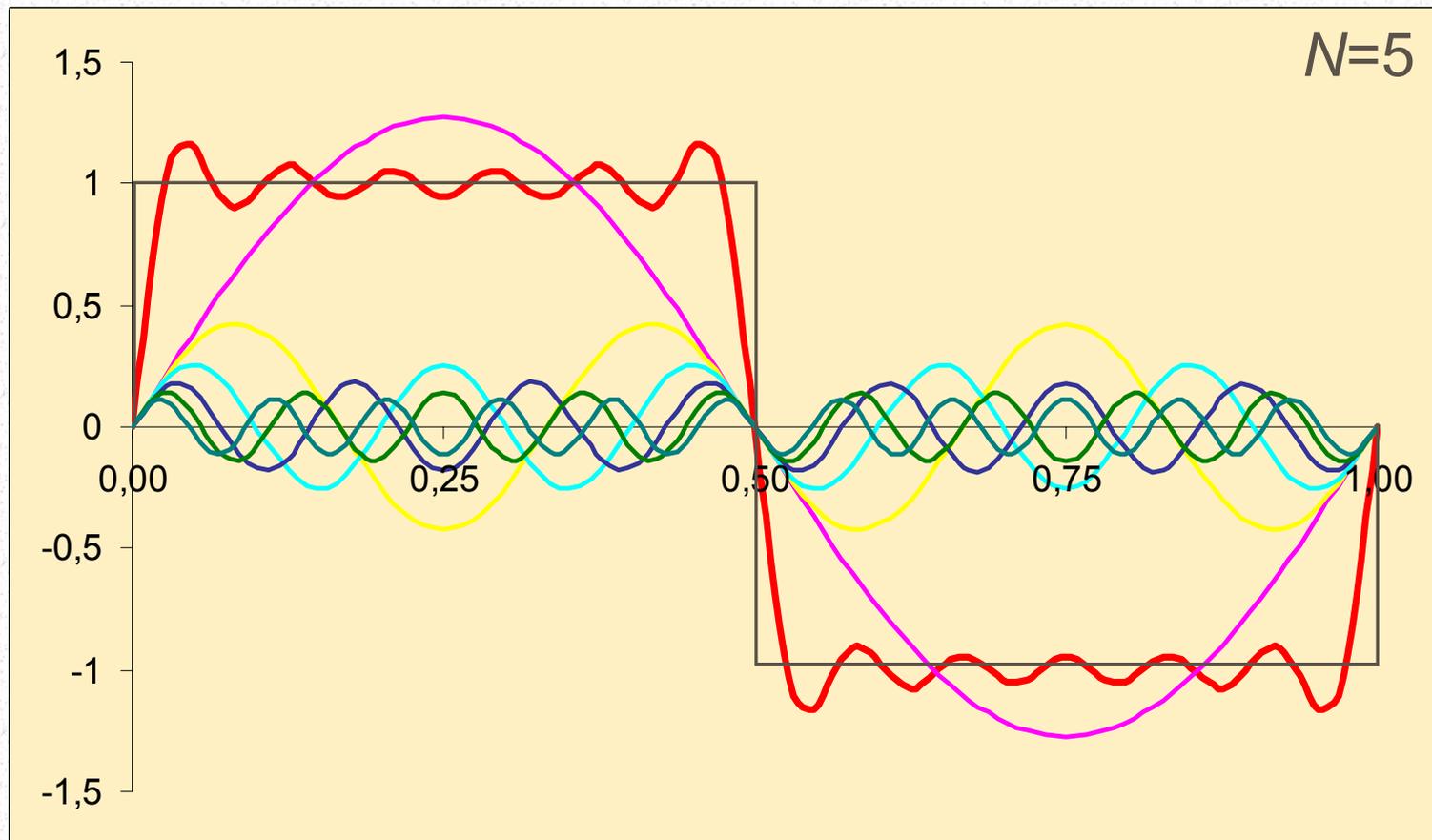
$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = b_n = \frac{4}{n\pi} \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

$$\delta_n = \arctan\left(-\frac{b_n}{a_n}\right) = \begin{cases} -90^\circ & \text{para } n \text{ ímpar} \\ 0^\circ & \text{para } n \text{ par} \end{cases}$$



Representação $f(t)$ no domínio da frequência:
espectros de amplitudes (C) e de fases (δ)

■ Análise de *Fourier*





Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- **Análise de *Fourier***
 - Outros exemplos: <http://falstad.com/fourier/>

■ Rudimentos de Electricidade

■ Carga Eléctrica

As cargas eléctricas do protão, do electrão e do neutrão são:

- $Q_p = e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ (coulomb)
- $Q_e = -e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $Q_n = 0$

As massas em repouso são:

- $m_p \approx m_n = 1.672 \times 10^{-24} \text{ g}$ (grama)
- $m_e = 9.11 \times 10^{-28} \text{ g}$

Os raios, assumindo-as esféricas, são:

- $r_p \approx r_n \approx r_e = 2.81 \times 10^{-15} \text{ m}$ (metro)



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Electricidade

■ Força Eléctrica

... a Lei de *Coulomb* estabelece que duas cargas eléctricas pontuais se atraem ou repelem com uma força cuja intensidade é:

$$F_{xy} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_x Q_y}{r^2} \text{ N (newton)}$$

ϵ_0 → permitividade do vazio

Q_x, Q_y → valor absoluto das cargas eléctricas

r → distância entre as cargas

■ Rudimentos de Electricidade

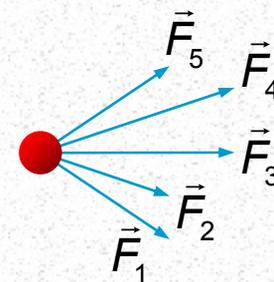
■ Força Eléctrica



(a)



(b)



(c)



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Electricidade

■ Campo Eléctrico

- O campo eléctrico é uma medida da acção que uma carga exerce sobre as cargas eléctricas localizadas no seu raio de acção. A intensidade do campo eléctrico criado por uma carga pontual é expressa por :

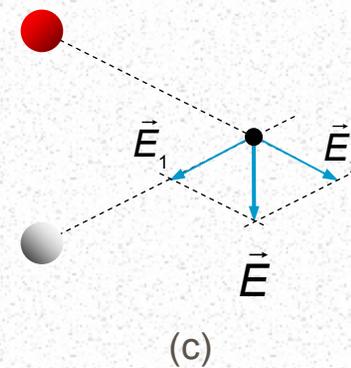
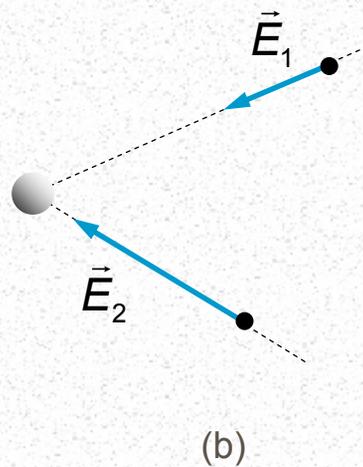
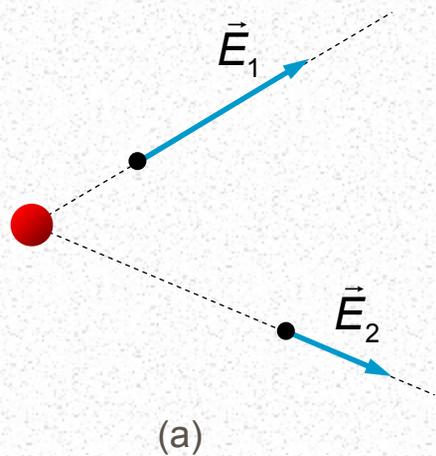
$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_x}{r^2} \text{ V/m (volt por metro)}$$

Pelo que,

$$F_{x,y} = E_x Q_y$$

■ Rudimentos de Electricidade

■ Campo Eléctrico



■ Rudimentos de Electricidade

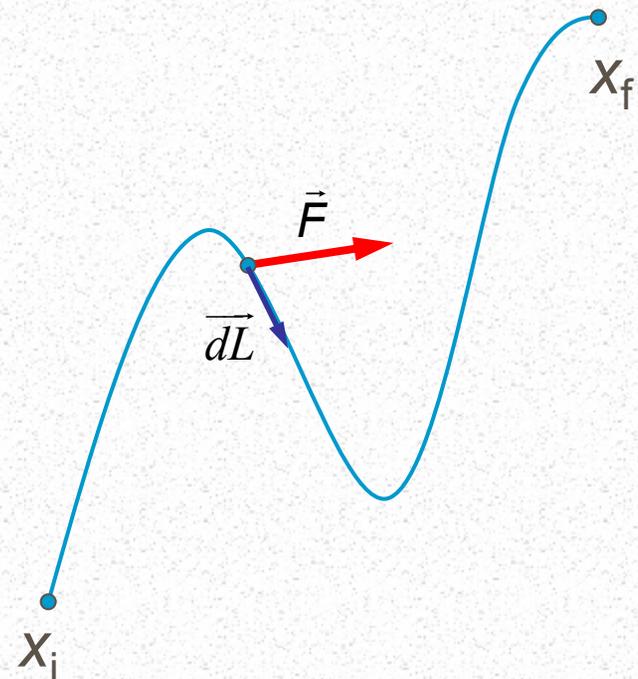
■ Energia Potencial (Eléctrica)

- Energia – caso geral do deslocamento de uma massa sob acção de uma força:

$$W = -\int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \bullet \overrightarrow{dL} \text{ J (joule)}$$

- Caso particular da queda de uma massa num campo gravitacional (a força é constante e a direcção coincidente com o deslocamento)

$$W = mgh$$

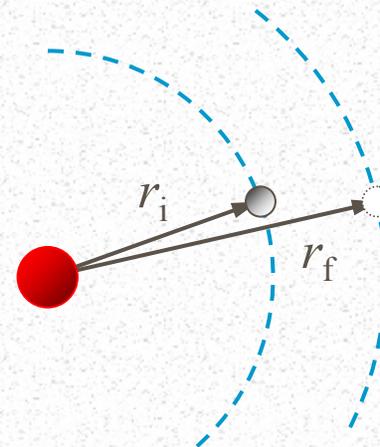


■ Rudimentos de Electricidade

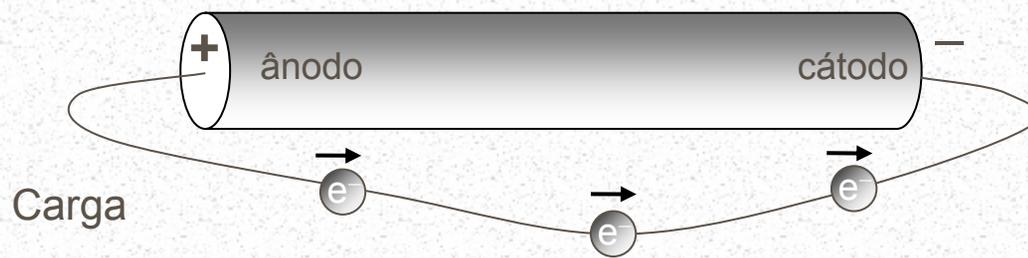
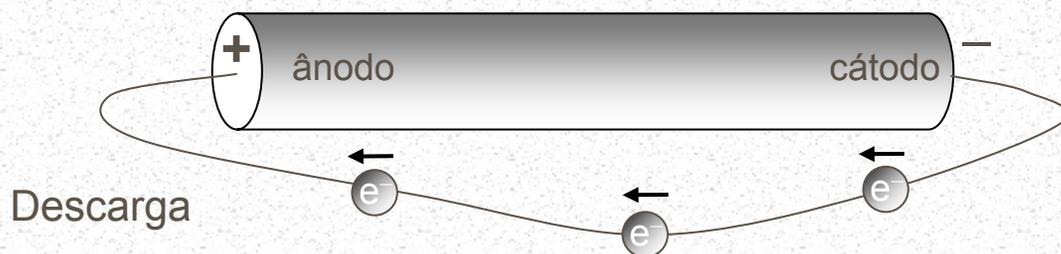
■ Energia Potencial (Eléctrica)

- Considere-se então um átomo de hidrogénio, constituído por um protão e por um electrão. Em face da existência de uma força de atracção entre as duas cargas, o deslocamento do electrão entre órbitas envolve a realização de um trabalho cujo módulo é:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$$



- Rudimentos de Electricidade
 - Energia Potencial (Eléctrica)



■ Rudimentos de Electricidade

■ Tensão Eléctrica

- A tensão é uma medida da energia envolvida no transporte de uma carga elementar entre dois pontos de um campo eléctrico. É uma quantidade que se mede em **volts** (V) e que coincide com o cociente entre a energia libertada e a quantidade de carga transportada:

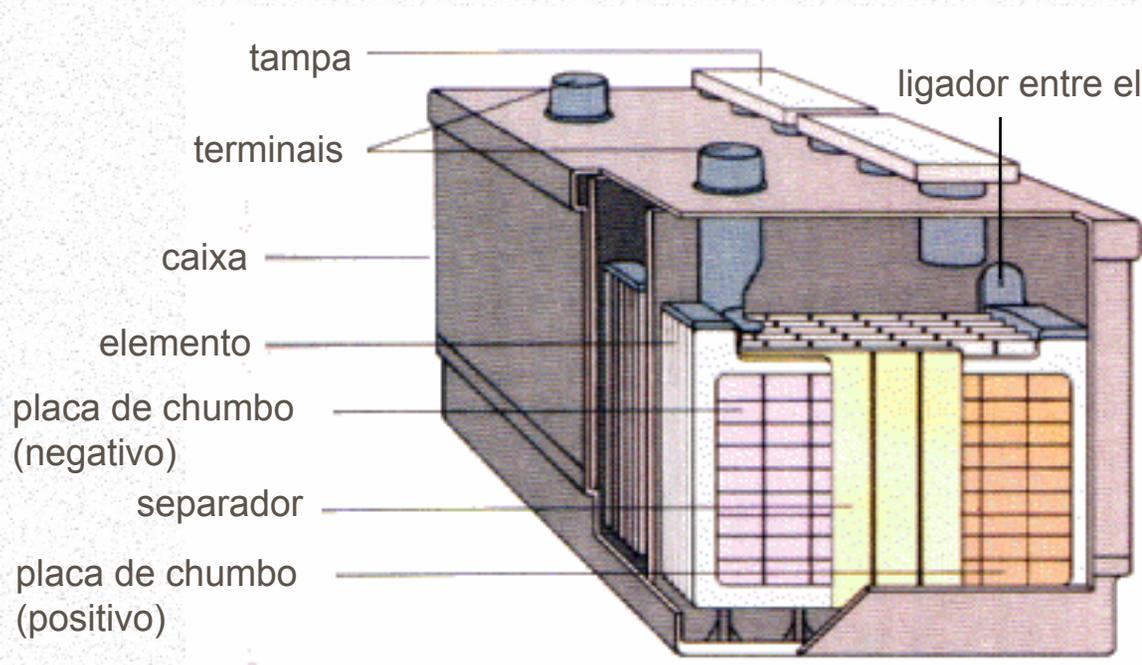
$$\text{Tensão} = \frac{W}{Q} \text{ V (volts)}$$

- Tendo em atenção as relações entre trabalho, força e campo eléctrico, verifica-se que,

$$\text{Tensão} = \frac{W}{Q} = \frac{-\int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{L}}{Q} = \int_{x_i}^{x_f} \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

■ Rudimentos de Electricidade

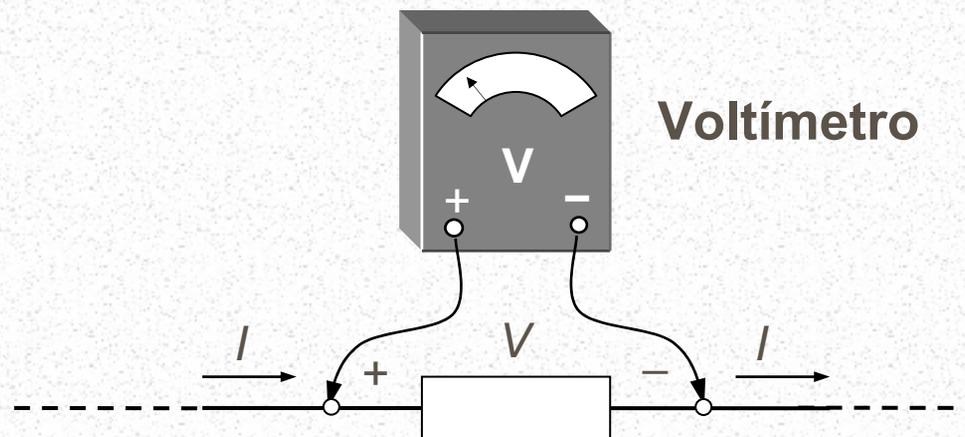
■ Fontes de Tensão



Símbolo de uma fonte de tensão de corrente contínua (CC)

Bateria de chumbo

- Rudimentos de Electricidade
 - Medida de Tensão



■ Rudimentos de Electricidade

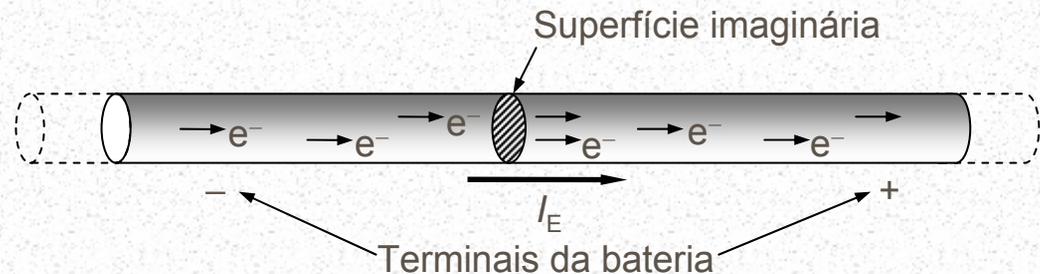
■ Corrente Eléctrica

... define-se corrente média como a quantidade de carga eléctrica que na unidade de tempo atravessa uma dada superfície ...

$$I = \frac{Q}{\Delta T} \text{ A (ampere)}$$

$$\rightarrow i(t) = \frac{dq}{dt}$$

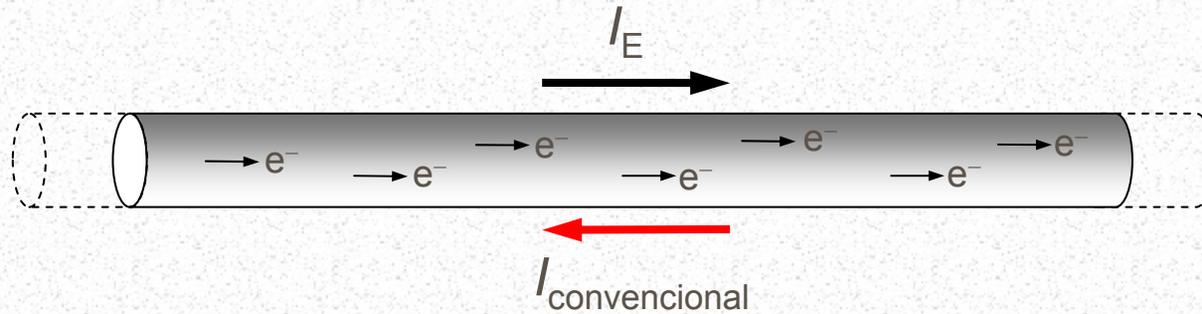
$$\rightarrow q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$



■ Rudimentos de Electricidade

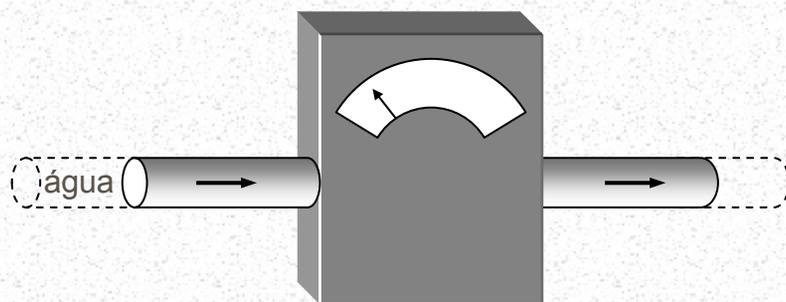
■ Corrente Eléctrica

■ Fluxo de electrões *versus* corrente convencional

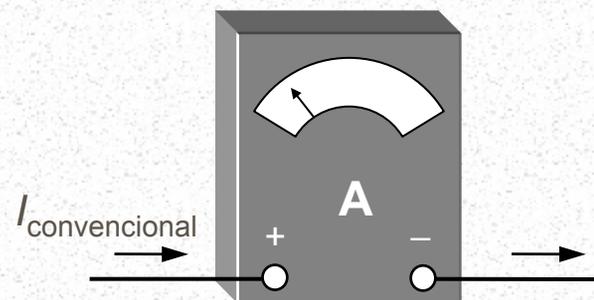


■ Rudimentos de Electricidade

■ Medida Corrente Eléctrica



Caudalímetro



Amperímetro

- Rudimentos de Electricidade
 - Corrente Eléctrica
 - Medida de Corrente Eléctrica



■ Rudimentos de Electricidade

■ Potência Eléctrica

... a potência (caso geral) é uma medida do ritmo a que se dissipa ou acumula energia...

$$P = \frac{W}{\Delta T} \text{ W (watt)}, \quad p(t) = \frac{dw(t)}{dt}, \quad w(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau$$

Tendo em conta as relações entre trabalho, tensão, carga, tempo e corrente eléctrica, a potência eléctrica é dada por (valor médio),

$$P = \frac{W}{\Delta T} = \frac{W}{Q} \frac{Q}{\Delta T} = VI \text{ (W)}$$



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

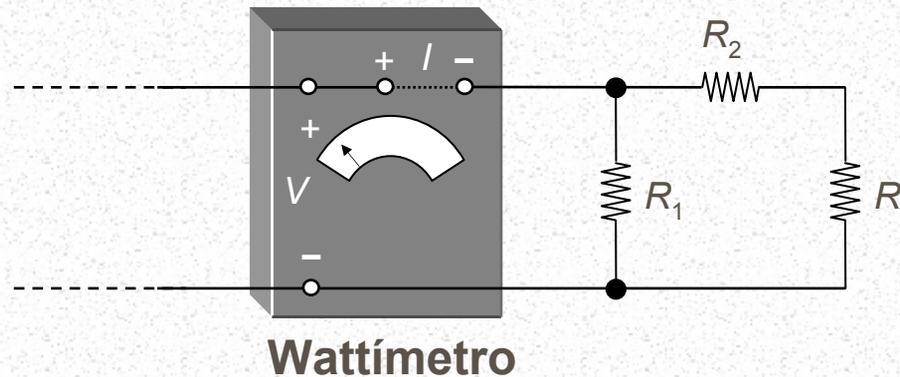
■ Rudimentos de Electricidade

■ Potência Eléctrica

| EQUIPAMENTO | POTÊNCIA | EQUIPAMENTO | POTÊNCIA |
|---------------------|----------|-----------------|----------|
| Rádio | 30 | Lava roupa | 400 |
| Amplificador (HIFI) | 75 | Lava louça | 1500 |
| Computador portátil | 60 | Aquecedor | 1500 |
| Relógio | 2 | Frigorífico | 300 |
| TV (cores) | 160 | Torradeira | 1200 |
| Máquina de barbear | 10 | Ferro de passar | 1000 |

Potência de alguns equipamentos de uso doméstico (valor médio em watts)

- Rudimentos de Electricidade
 - Medida Potência Eléctrica





Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Rudimentos de Electricidade
 - Potência/Energia Eléctrica

$$W = P \cdot t$$

$$W \text{ (em kWh)} = \frac{P \text{ (em watts)} \times t \text{ (em horas)}}{1000}$$



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Electricidade

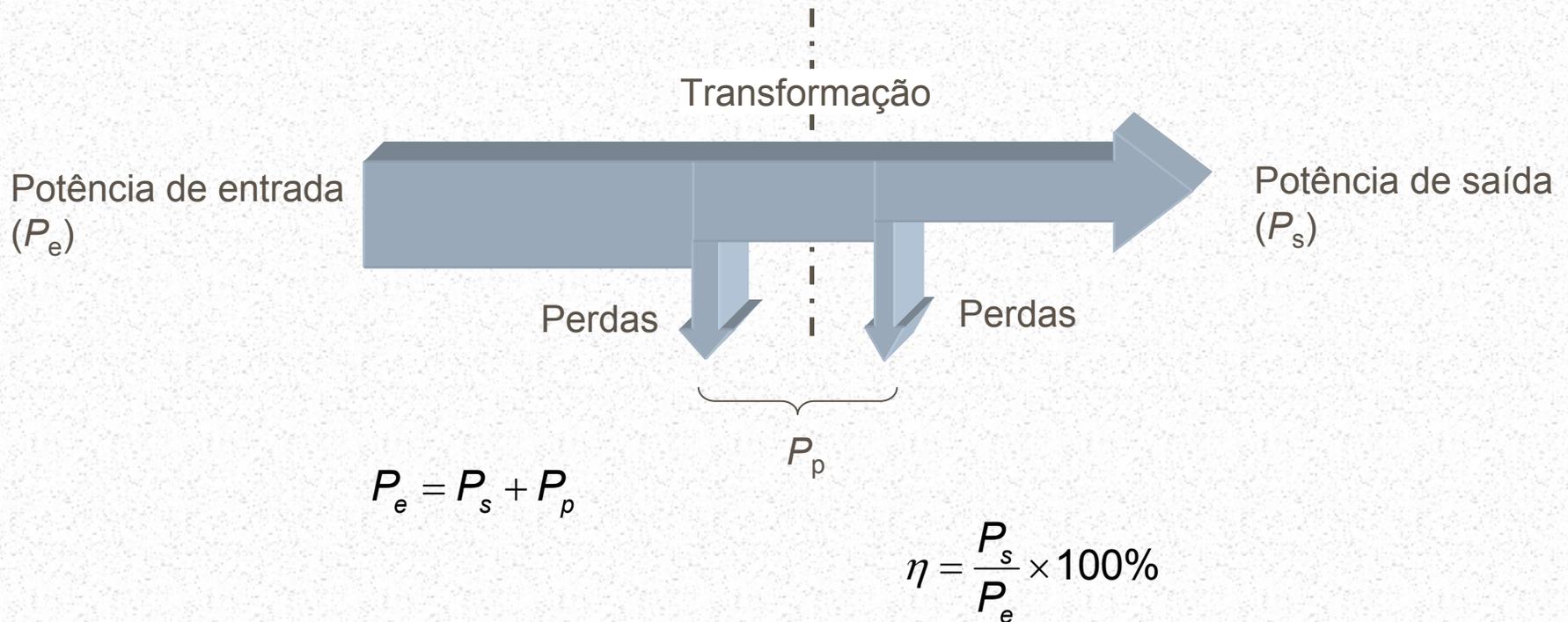
■ Potência/Energia Eléctrica

■ Exemplo

... qual é o custo da energia consumida por um radiador de 2 kW que funciona durante 1h30m?. Assuma que o custo do kWh são 0.1 €.

$$W = \frac{2000W \cdot 1.5h}{1000} = 3 \text{ kWh} \Rightarrow \text{Custo} = 3 \text{ kWh} \frac{0.1\text{€}}{\text{kWh}} = 0.3\text{€}$$

- Rudimentos de Electricidade
 - Potência/Energia Eléctrica
 - Rendimento





Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Electricidade

■ Resistência. Lei de Ohm

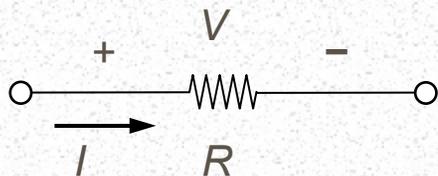
... As duas grandezas eléctricas fundamentais – **tensão** e **corrente** – relacionam-se através de outra grandeza de igual importância: a **resistência** ...

... A relação entre as duas grandezas é descrita pela mais importante das leis dos circuitos eléctricos: a *lei de Ohm*:

$$R = \frac{V}{I} \Omega \text{ (ohm)} \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R}, \quad V = RI$$

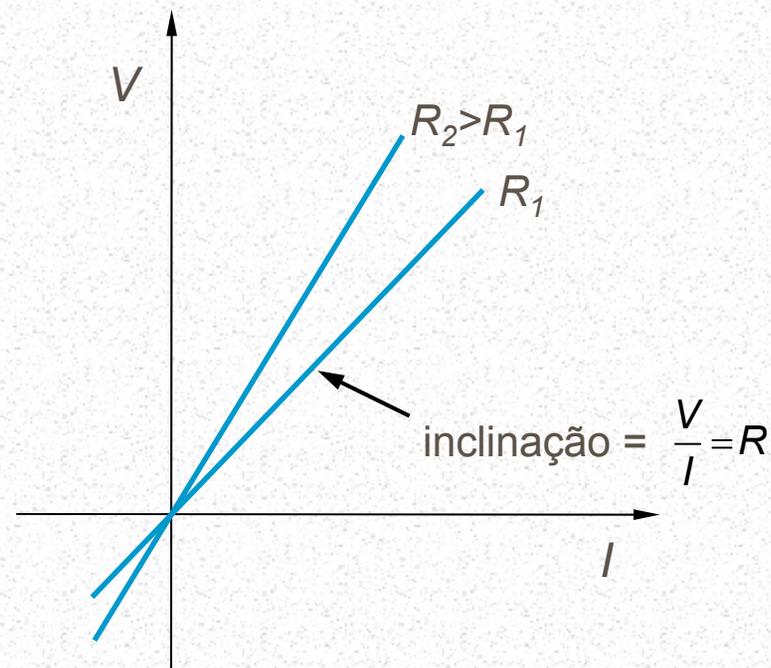
■ Rudimentos de Electricidade

■ Resistência. Lei de Ohm



Símbolo da resistência e polaridades

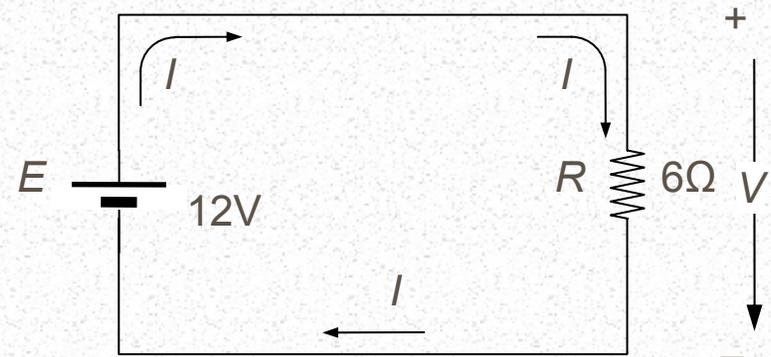
$$V = RI$$



■ Rudimentos de Electricidade

■ Resistência. Lei de Ohm

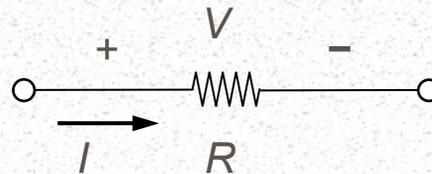
$$I = \frac{E}{R} = \frac{V}{R} = \frac{12V}{6\Omega} = 2A$$



Circuito eléctrico simples

■ Rudimentos de Electricidade

■ Resistência. Lei de *Joule*



... a potência dissipada por *efeito de Joule* numa resistência é dada por:

$$P = V \times I = R \times I^2 = \frac{V^2}{R}$$



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Electricidade

■ Resistência

... o fluxo ordenado de cargas eléctricas através de um material pressupõe pela aplicação de uma diferença de potencial e é limitado pela estrutura interna do mesmo ...

Existem 3 tipos de materiais:

- Condutores
- Isoladores (não condutores)
- Semicondutores

■ Rudimentos de Electricidade

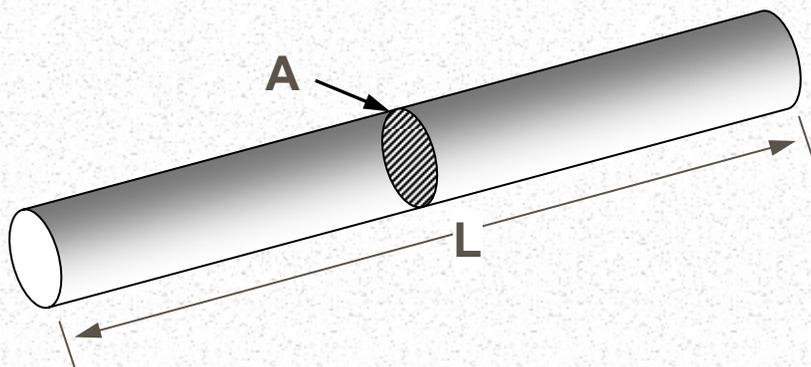
■ Resistência de um condutor

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

← depende da geometria

←

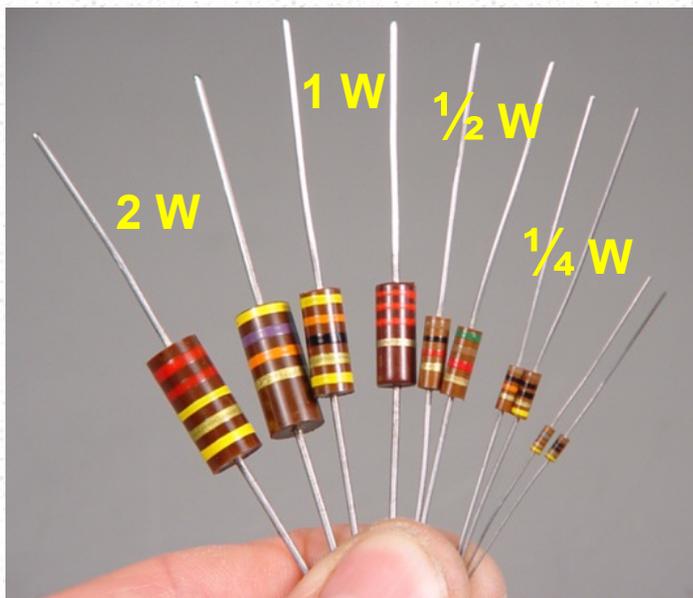
Resistividade (depende do material e da temperatura)



| Material | Resistividade (@ 20°C) |
|-------------|---------------------------------------|
| prata | $1.645 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ |
| cobre | $1.723 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ |
| ouro | $2.443 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ |
| alumínio | $2.825 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ |
| tungsténio | $5.485 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ |
| níquel | $7.811 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ |
| ferro | $1.229 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$ |
| constantan | $4.899 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$ |
| nicrómio | $9.972 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$ |
| carbono | $3.5 \times 10^{-5} \Omega \cdot m$ |
| silício | $2.3 \times 10^3 \Omega \cdot m$ |
| polystirene | $\sim 10^{16} \Omega \cdot m$ |

■ Rudimentos de Electricidade

■ Tipos de Resistências



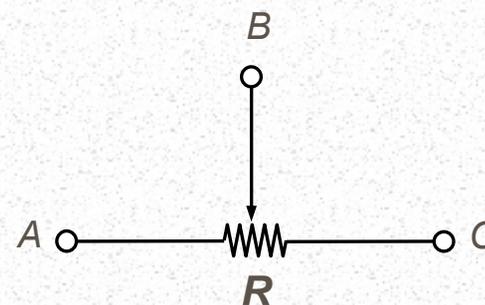
(a)



(b)

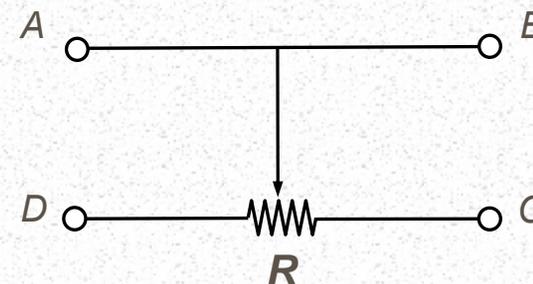
Resistências fixas: (a) de carbono; (b) bobinadas

- Rudimentos de Electricidade
 - Tipos de Resistências



Potenciómetro rotativo (dispositivo e símbolo)

- Rudimentos de Electricidade
 - Tipos de Resistências

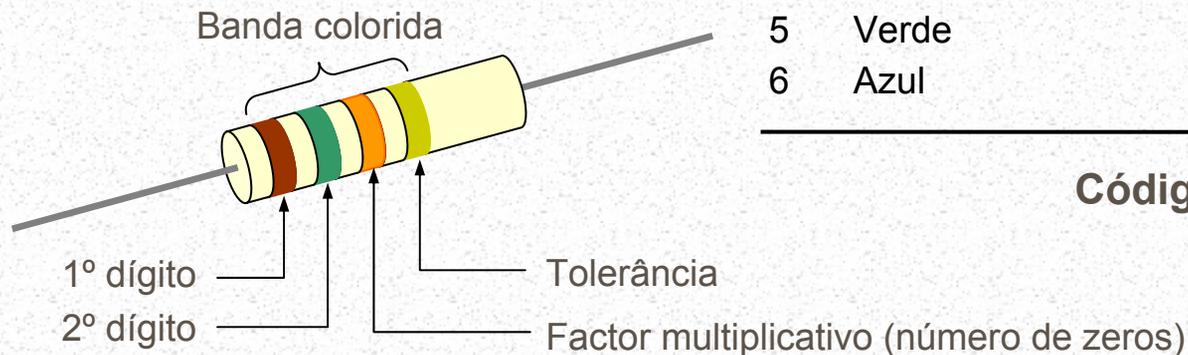


Reóstato bobinado (dispositivo e símbolo)

■ Rudimentos de Electricidade

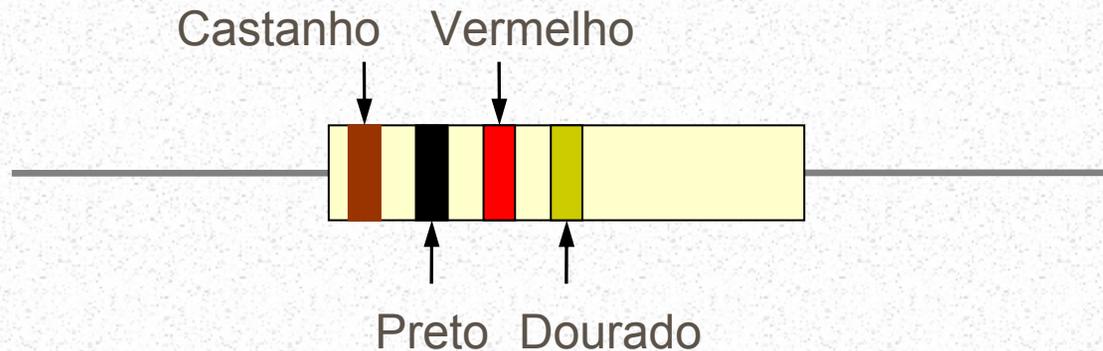
■ Medida/Especificação de resistências

| | | | |
|---|----------|------|----------|
| 0 | Preto | 7 | Violeta |
| 1 | Castanho | 8 | Cinzento |
| 2 | Vermelho | 9 | Branco |
| 3 | Laranja | 0.1 | Dourado |
| 4 | Amarelo | 0.01 | Prateado |
| 5 | Verde | 5% | Dourado |
| 6 | Azul | 10% | Prateado |



Código de Cores

- Rudimentos de Electricidade
 - Medida/Especificação de resistências

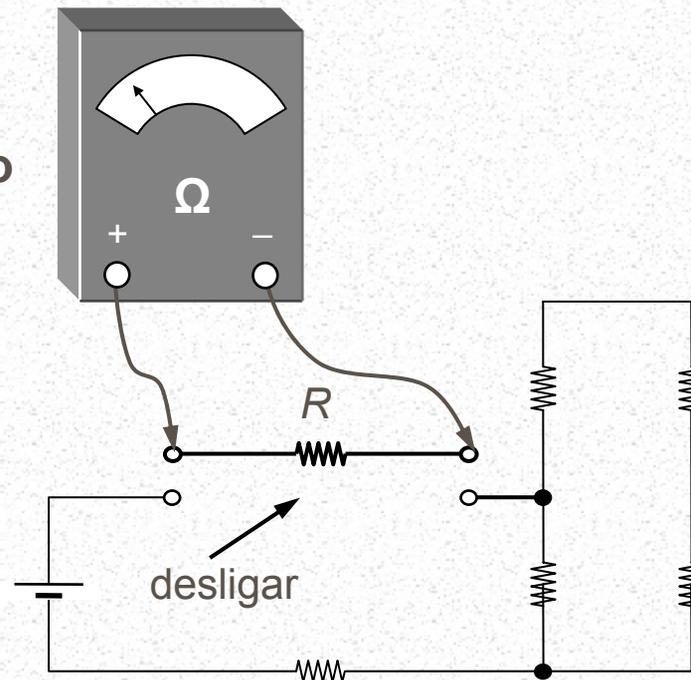


Castanho = 1, Preto = 0, Vermelho = 10^2 Dourado = $\pm 5\%$

$$10 \times 10^2 \pm 5\% = 1000 \pm 50 = \mathbf{950 \Omega} \leftrightarrow \mathbf{1050 \Omega}$$

- Rudimentos de Electricidade
 - Medida/Especificação de resistências

Ohmímetro



- Rudimentos de Electricidade
 - Medida/Especificação de resistências



(a)

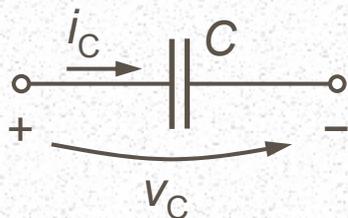


(b)

Multímetros: (a) analógico; (b) digital

■ Rudimentos de Electricidade

■ Condensadores

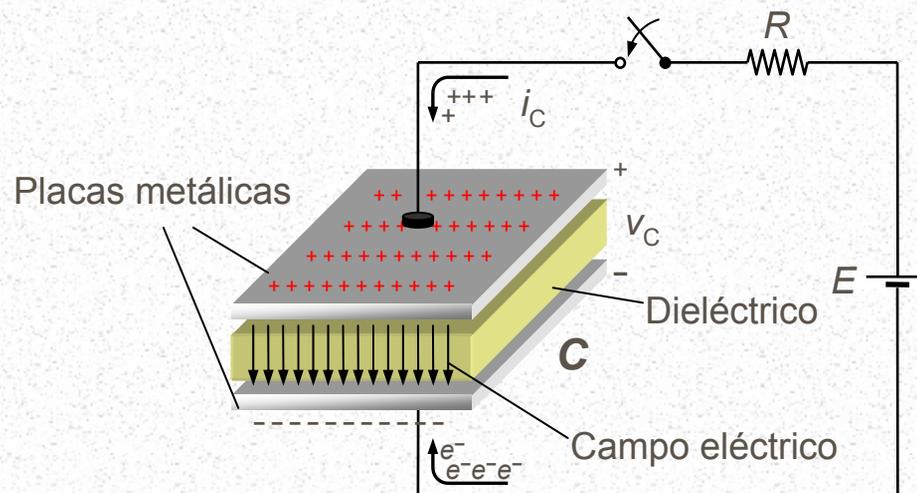


$$Q = C \times V_C$$

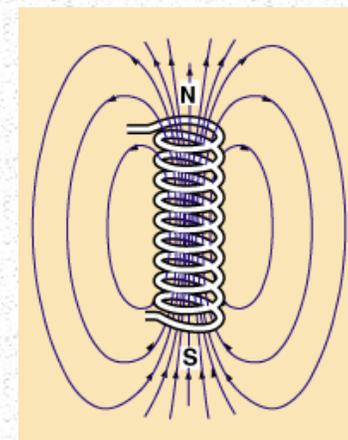
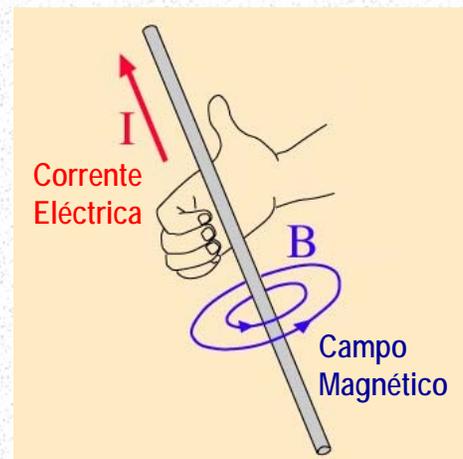
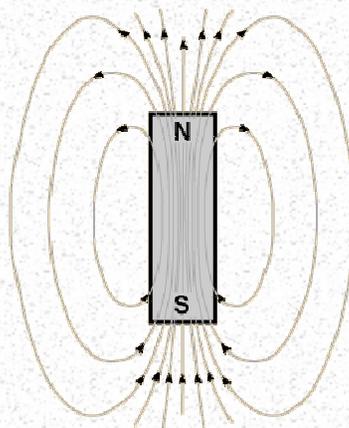
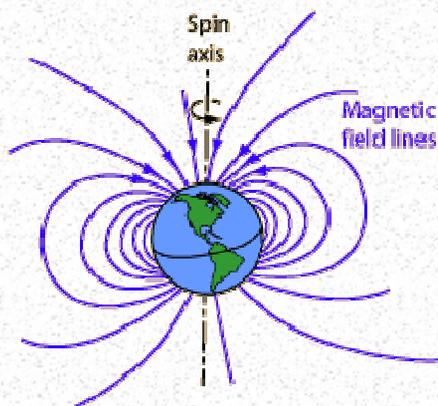
$$C = \frac{Q}{V_C} \quad \text{F (farad)}$$

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv_C}{dt}$$

$$\rightarrow W_C = \frac{1}{2} C V_C^2$$



- Rudimentos de Magnetismo
 - Produção de um Campo Magnético

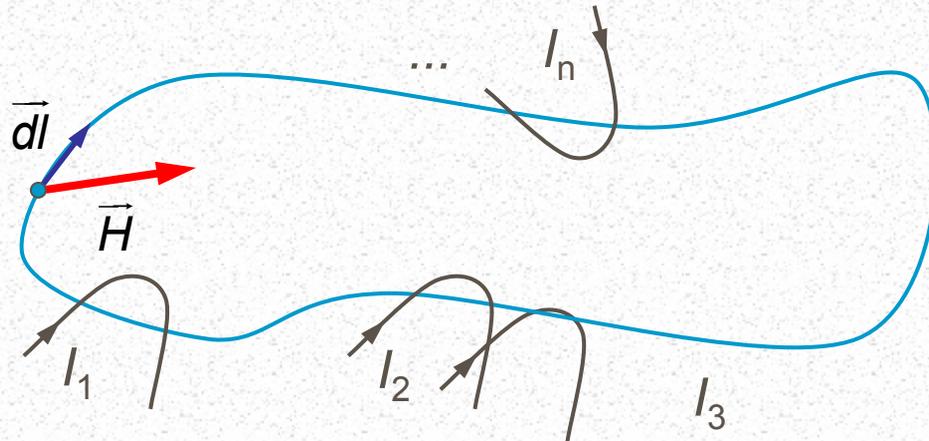


■ Rudimentos de Magnetismo

■ Produção de um Campo Magnético

... a lei básica que governa a produção dum campo magnético, é a **lei de Ampère** ...

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$$



\vec{H} → **vector** intensidade do campo magnético (A/m ou amperes · espira/m)

$d\vec{l}$ → **vector** elementar (a direcção coincide com o trajecto)

$\sum I$ → somatório das intensidades das correntes que contribuem para a produção do campo

■ Rudimentos de Magnetismo

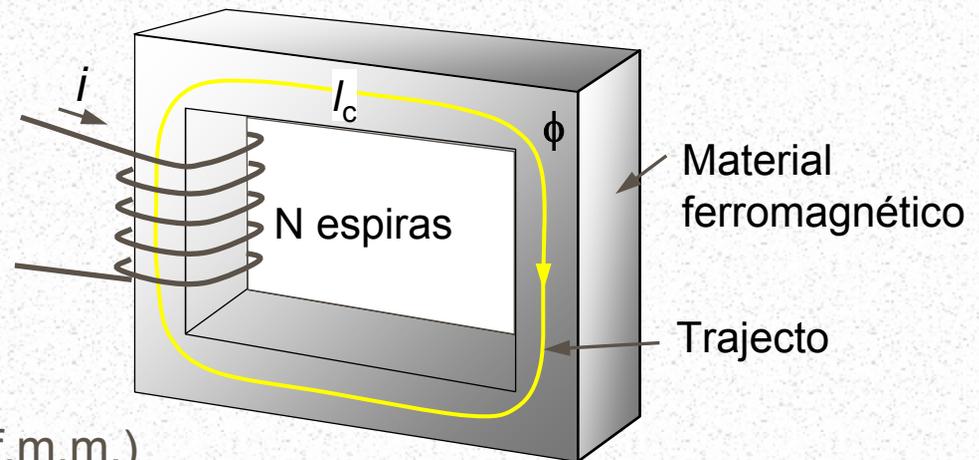
■ Produção de um Campo Magnético

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

$$\Rightarrow H l_c = Ni$$

$$\Rightarrow H = \frac{Ni}{l_c} = \frac{\mathfrak{F}}{l_c}$$

$\mathfrak{F} \rightarrow$ Força magnetomotriz (f.m.m.)



■ Rudimentos de Magnetismo

■ Densidade de Fluxo Magnético

... A relação entre o vector intensidade do campo magnético \vec{H} e o **vector indução magnética** \vec{B} (ou densidade de fluxo magnético) resultante, produzida num determinado material, é dada pela expressão,

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad \text{T (tesla) ou Wb/m}^2 \text{ (weber/m}^2\text{)}$$

- μ é a **permeabilidade magnética** do material onde se produz o campo
- μ_r é a **permeabilidade relativa** do material onde se produz o campo
- μ_0 é a permeabilidade magnética do **vazio**:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m (henry/m)}$$



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Magnetismo

■ Densidade de Fluxo Magnético

... a densidade do fluxo magnético produzido num determinado material é o resultado do produto de dois termos:

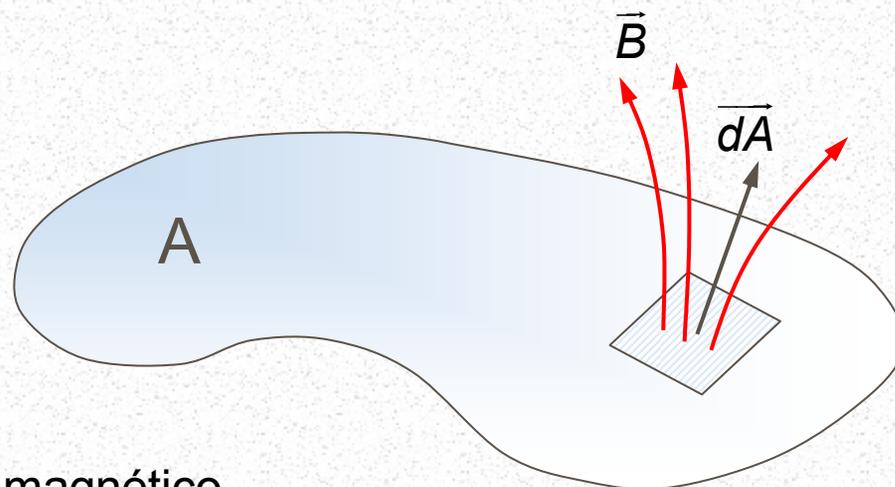
- H , que depende da intensidade da corrente I utilizada para estabelecer o campo e da **geometria** do circuito magnético
- μ , que tem a ver com a maior ou menor facilidade concedida pelo material para o estabelecimento do campo magnético (depende da sua estrutura atómica).

■ Rudimentos de Magnetismo

■ Fluxo Magnético

... o **fluxo magnético** através de uma superfície **A** (aberta ou fechada) define-se do seguinte modo:

$$\phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{Wb (weber)}$$



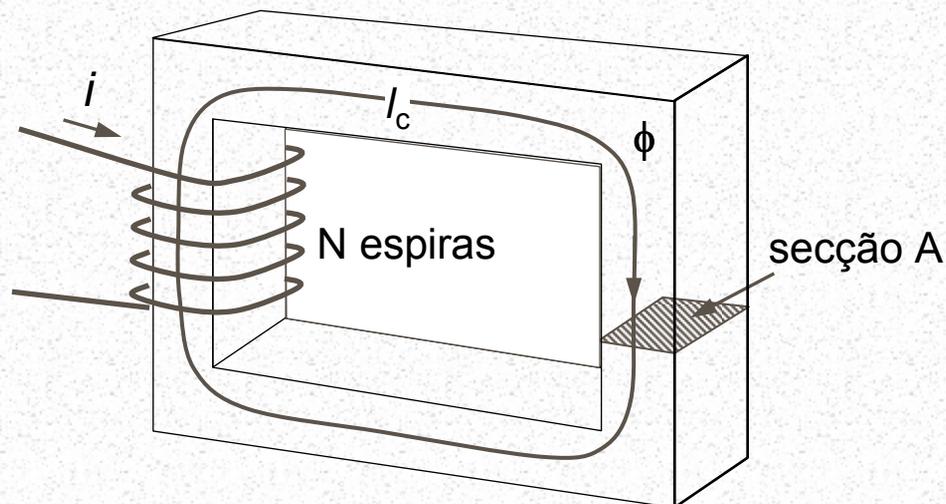
\vec{B} → **vector** densidade de fluxo magnético

$d\vec{A}$ → **unidade diferencial** de área

- Rudimentos de Magnetismo
 - Fluxo Magnético

$$\phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = BA = \mu HA$$

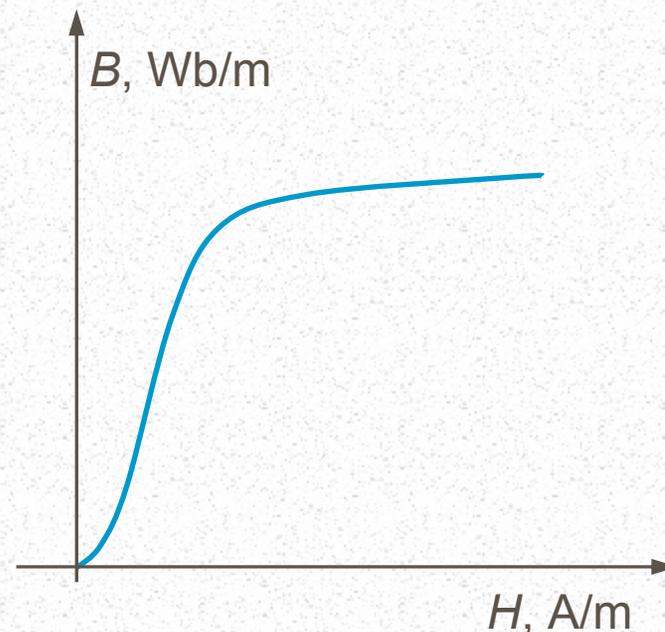
$$\rightarrow \phi = \frac{\mu NiA}{l_c} = \frac{\mu A}{l_c} \mathcal{F}$$



- Rudimentos de Magnetismo
 - Comportamento de Materiais Ferromagnéticos

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

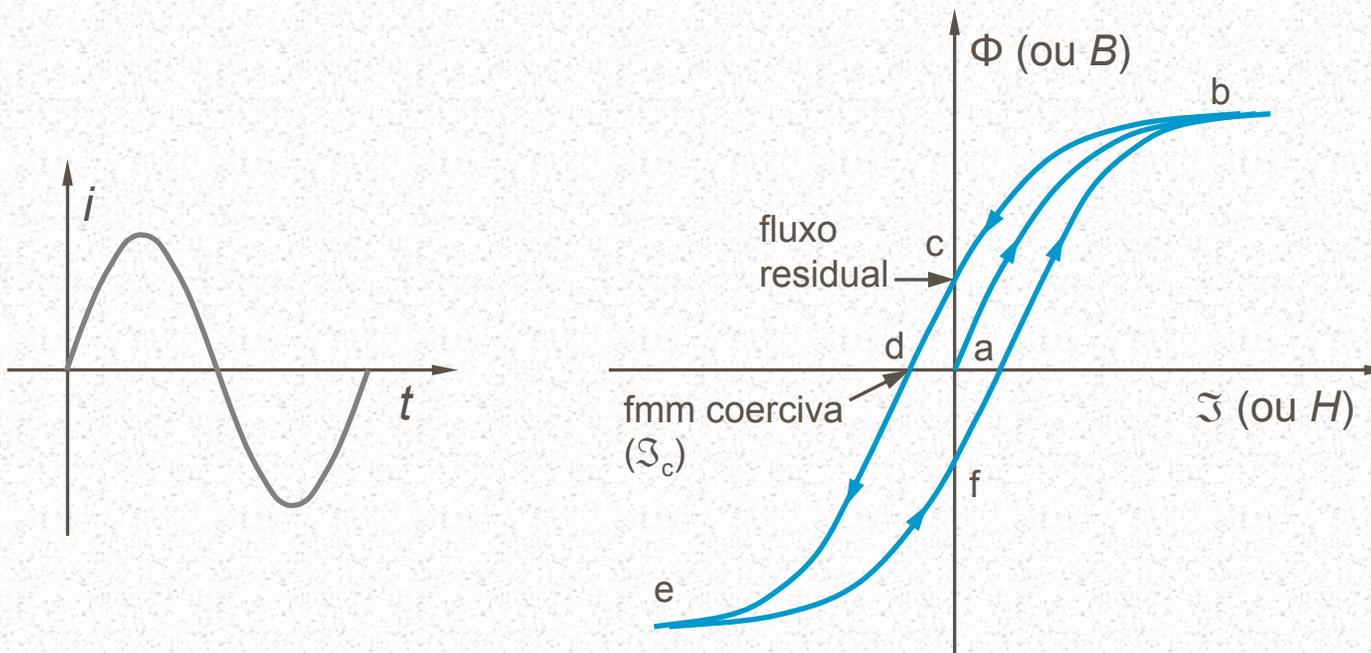
- μ é constante para o vazio e materiais isotrópicos (a relação entre B e H é linear)
- Para os materiais ferromagnéticos μ depende do próprio valor da densidade de fluxo magnético (a relação não é linear)



Curva de magnetização

■ Rudimentos de Magnetismo

- Perdas nos materiais ferromagnéticos (devidas à histerese)





Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Magnetismo

■ Perdas nos materiais ferromagnéticos (devidas à histerese)

■ Perdas por histerese

$$P_h = K_h \cdot f \cdot B_m^{1.5 \text{ a } 2.5} \quad (\text{W/Kg})$$

■ Perdas devidas às correntes de *Foucault*

$$P_f = K_f \cdot f^2 \cdot B_m^2 \quad (\text{W/Kg})$$



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Magnetismo

■ Produção de Força num Condutor

... Um condutor percorrido por uma corrente eléctrica no seio dum campo magnético sofre a acção duma força. As diferentes grandezas em jogo, relacionam-se do seguinte modo:

$$\vec{F} = i(\vec{l} \times \vec{B})$$

i → intensidade da corrente

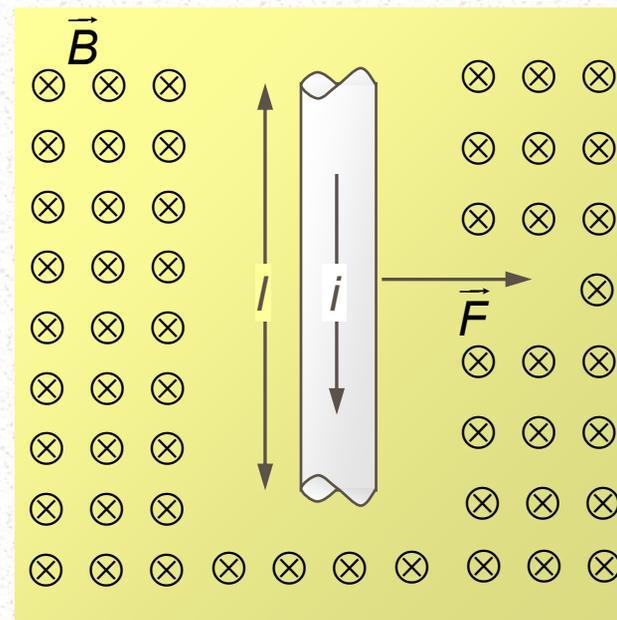
\vec{B} → densidade de fluxo magnético

- Rudimentos de Magnetismo
 - Produção de Força num Condutor

$$\begin{aligned}\vec{F} &= i(\vec{l} \times \vec{B}) \\ &= ilB \quad (\text{porque } \vec{l} \perp \vec{B})\end{aligned}$$

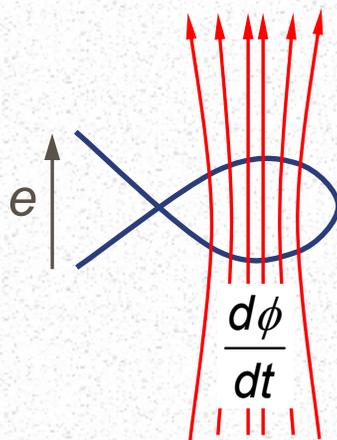
Caso geral:

$$\vec{F} = ilB \sin(\theta) \quad (\theta = \angle \vec{l}, \vec{B})$$

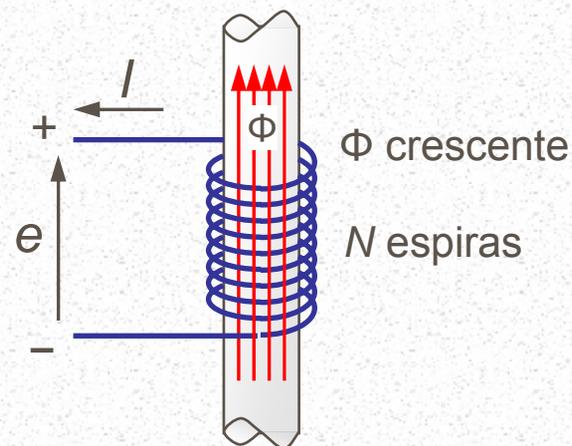


■ Rudimentos de Magnetismo

■ Lei de *Faraday* – f.e.m induzida a partir dum campo magnético variável



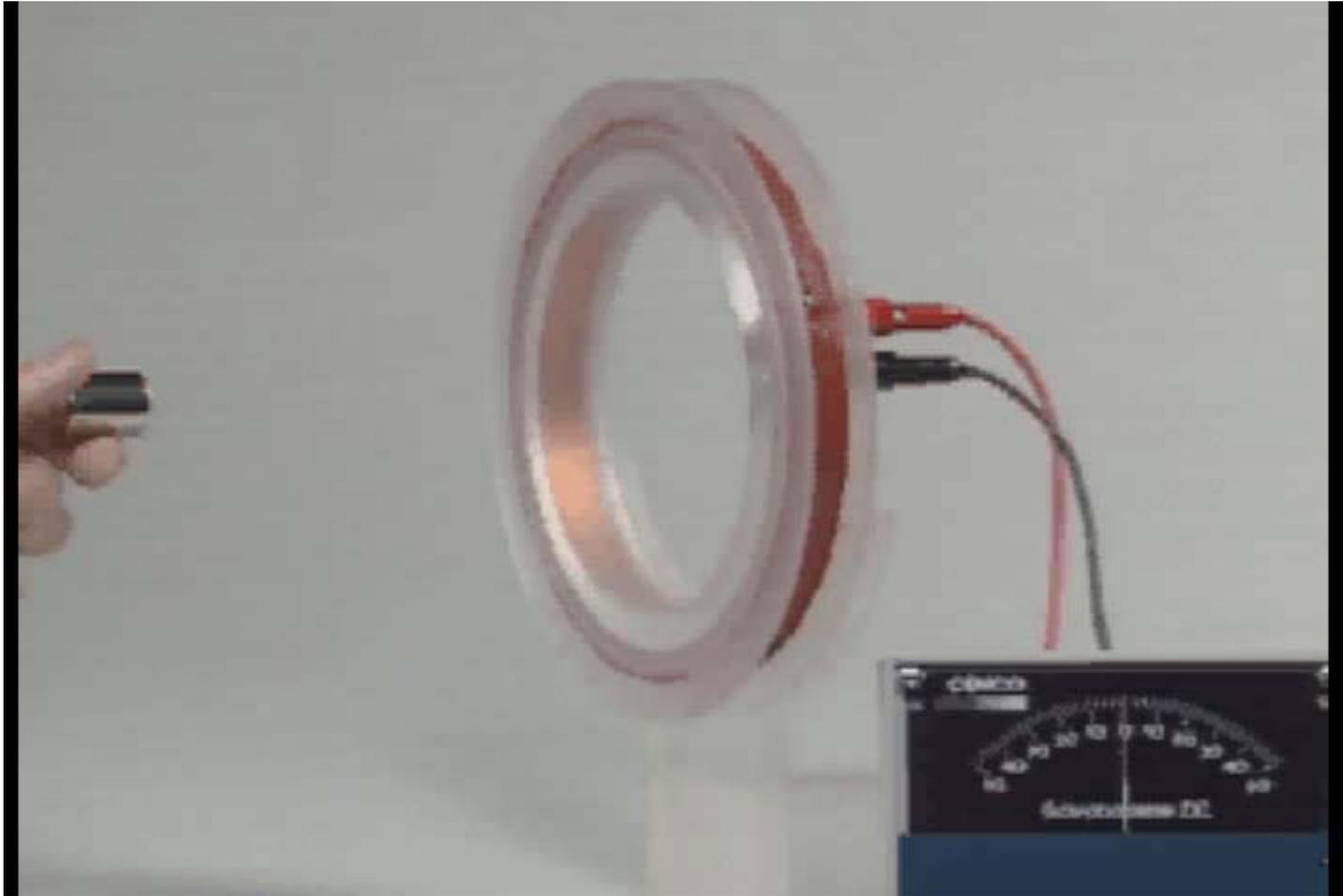
$$|e| = \frac{d\phi}{dt}$$



$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{lei de Lenz})$$

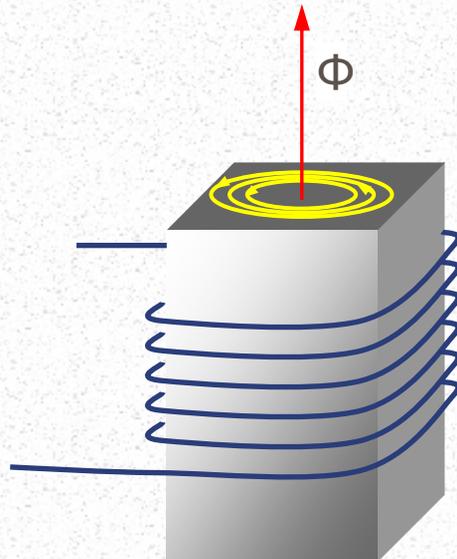
$$\text{para } \psi = N\phi, \quad e = -\frac{d\psi}{dt}$$



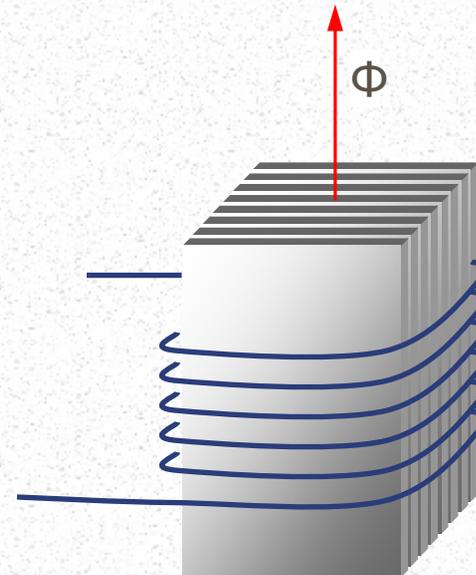




- Rudimentos de Magnetismo
 - Correntes de *Foucault*



Ferro normal
(maciço)



Ferro laminado



Tópicos Preliminares



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Rudimentos de Magnetismo

■ Produção de F.E.M num Condutor que se Movimenta num Campo Magnético

... Num condutor que se move no seio dum campo magnético induz-se uma f.e.m que se exprime do seguinte modo:

$$e_{ind} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l}$$

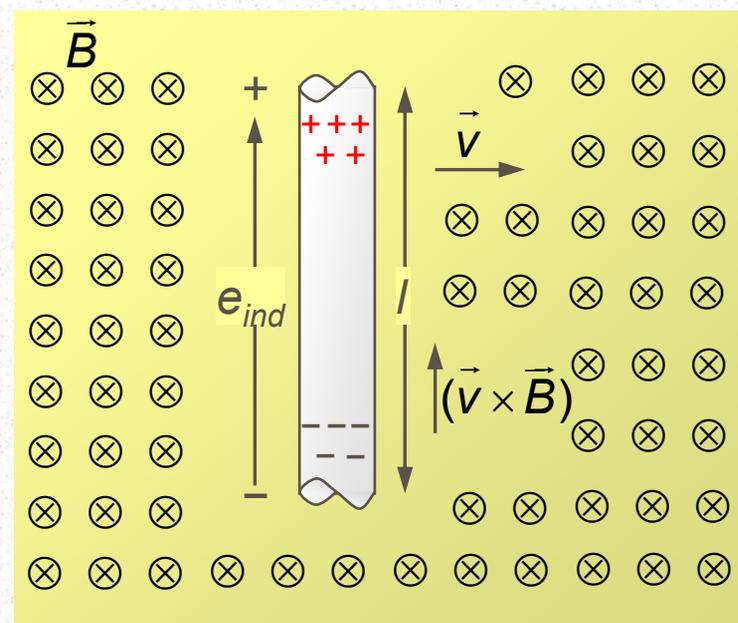
\vec{v} → velocidade do deslocamento

\vec{B} → densidade de fluxo magnético

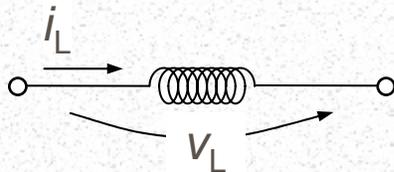
■ Rudimentos de Magnetismo

- Produção de F.E.M num Condutor que se Movimenta num Campo Magnético

$$\begin{aligned} e_{ind} &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = \\ &= v \cdot B \cdot \text{sen}(90^\circ) \cdot l \cdot \text{cos}(0^\circ) \\ &= vBl \end{aligned}$$



- Rudimentos de Magnetismo
 - Bobina e Indutância Electromagnética

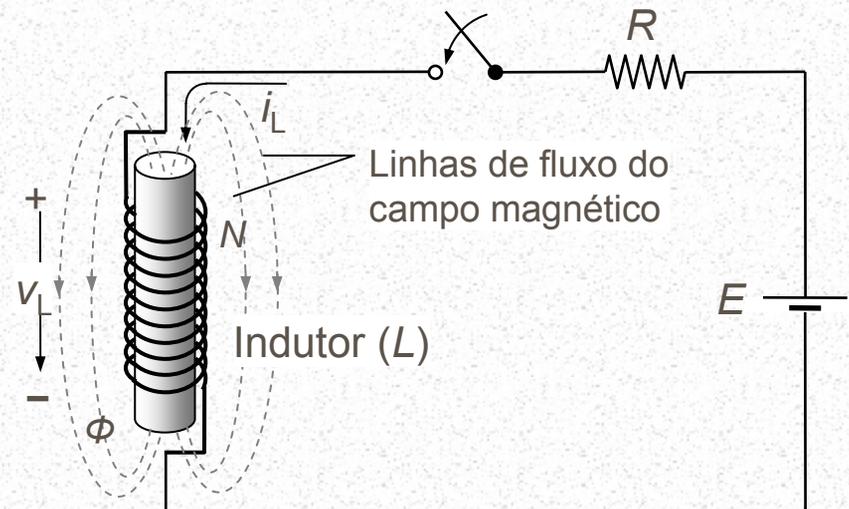


$$\psi = Li_L, \quad L = \frac{\psi}{i_L} \quad \text{H (henry)}$$

$$V_L = \frac{d\psi}{dt} \quad (\text{lei de Faraday})$$

$$\rightarrow V_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$\rightarrow W_L = \frac{1}{2} LI_L^2$$



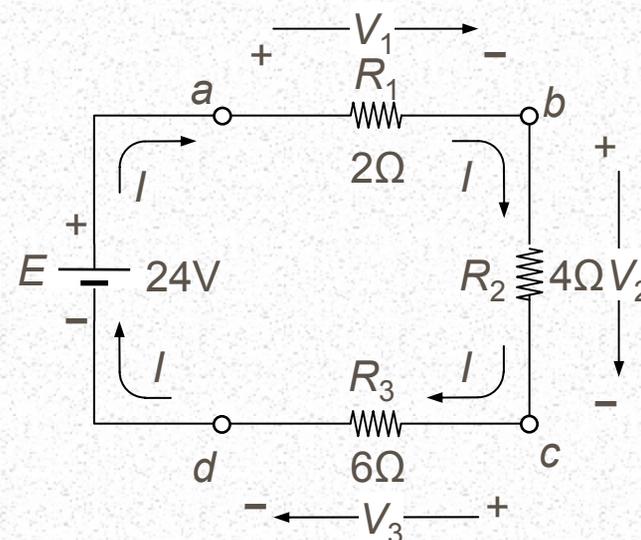
■ Ligação em Série

... diz-se que dois elementos estão ligados em série se possuem apenas um terminal em comum que não está ligado a um terceiro elemento ...

$$R_T = 2 \Omega + 4 \Omega + 6 \Omega = 12 \Omega$$

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

$$I = \frac{E}{R_T}$$

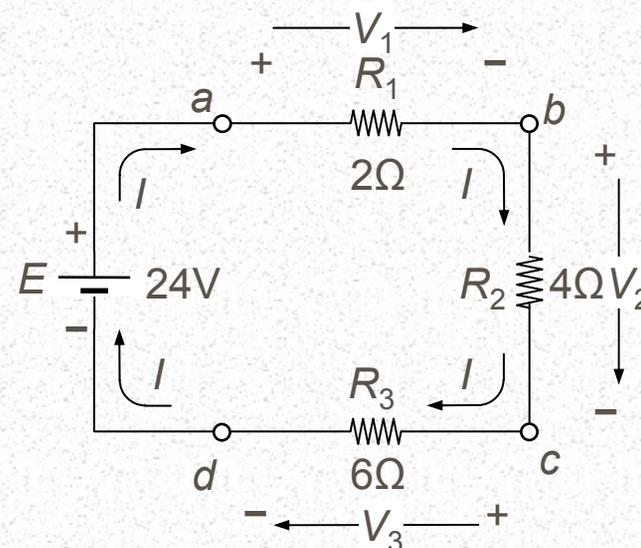


■ Leis de Kirchhoff para a tensão

... a soma algébrica das tensões ao longo de um percurso fechado tem de ser igual a zero ...

$$+E - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$

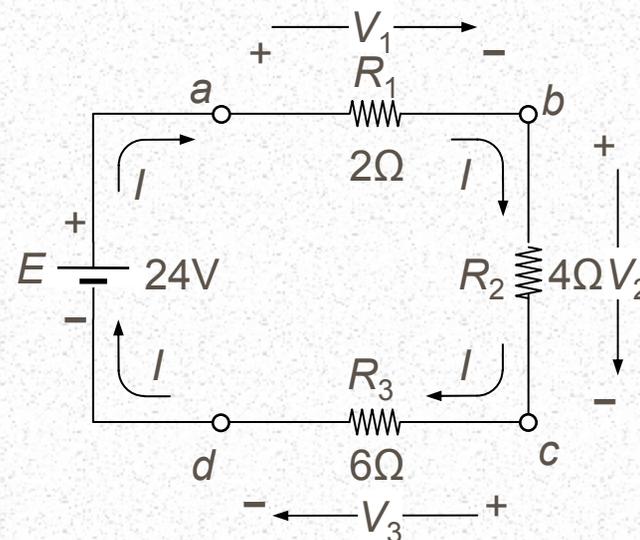


■ Regra do Divisor de Tensão

$$V_x = E \frac{R_x}{R_T}$$

$$V_1 = E \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 24 \text{ V} \frac{2\Omega}{12\Omega} = 4 \text{ V}$$

$$V_3 = E \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 24 \text{ V} \frac{6\Omega}{12\Omega} = 12 \text{ V}$$

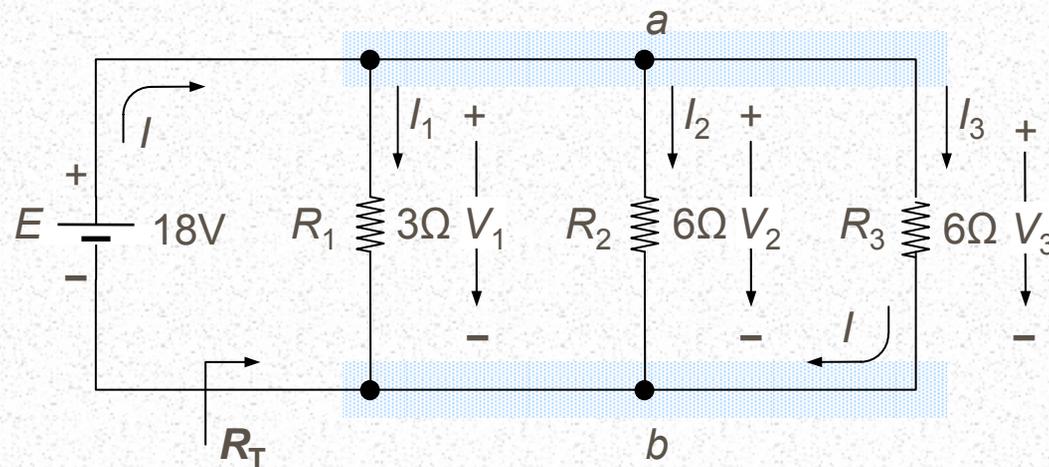


■ Ligação em Paralelo

... diz-se que dois elementos estão ligados em paralelo se possuírem dois terminais em comum ...

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_T} &= \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{6\Omega} = \\ &= 0.333\text{ S} + 0.166\text{ S} + 0.166\text{ S} = \\ &= 0.666\text{ S} \end{aligned}$$



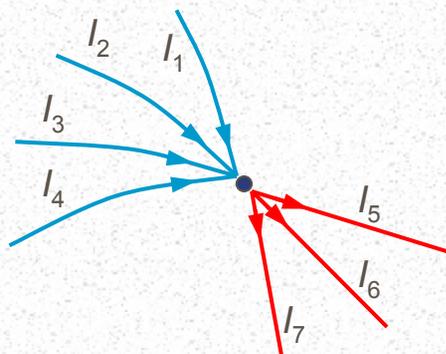
$$I = \frac{E}{R_T}$$

Para o caso do // de 2 resistências $\rightarrow R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

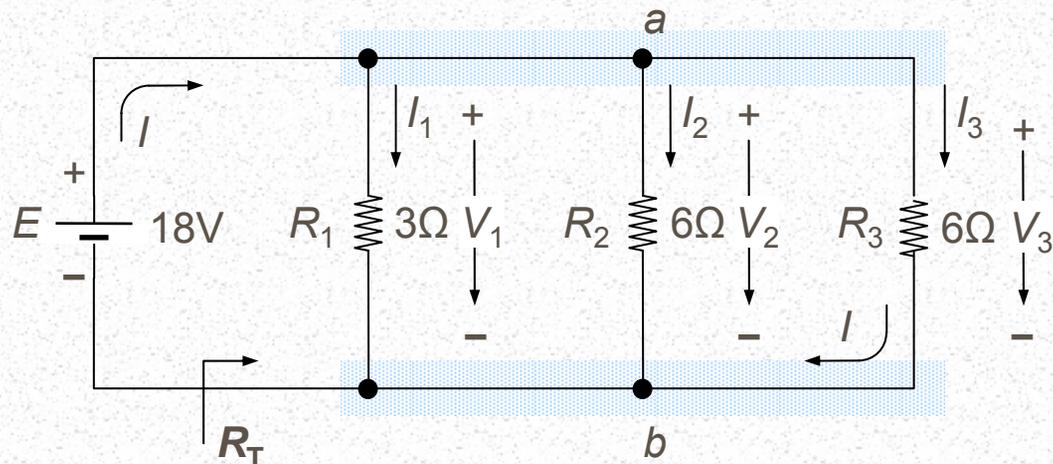
■ Lei de *Kirchhoff* para a Corrente

... a soma das correntes que convergem para um nó é sempre igual à soma das correntes que deixam esse nó ...

$$\sum I_{converge} = \sum I_{sai}$$



$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = I_5 + I_6 + I_7$$



$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$12 \text{ A} = 6 \text{ A} + 3 \text{ A} + 3 \text{ A}$$

■ Regra do Divisor de Corrente

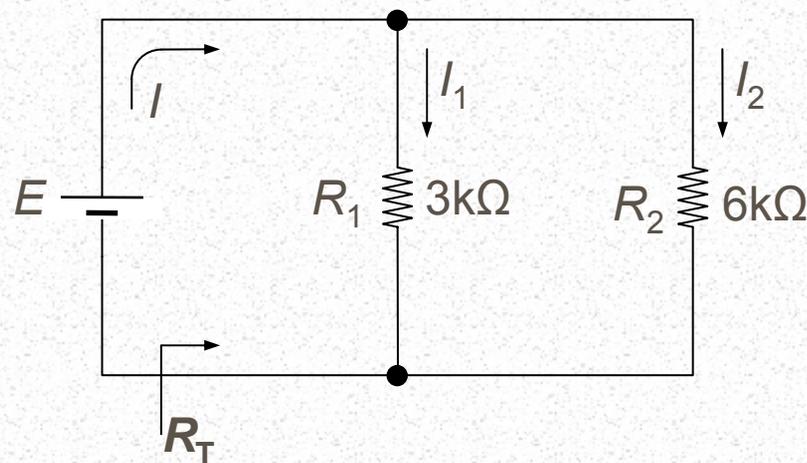
$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(3 \text{ k}\Omega)(6 \text{ k}\Omega)}{3 \text{ k}\Omega + 6 \text{ k}\Omega} = 2 \text{ k}\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{9 \text{ V}}{2 \text{ k}\Omega} = 4.5 \text{ mA}$$

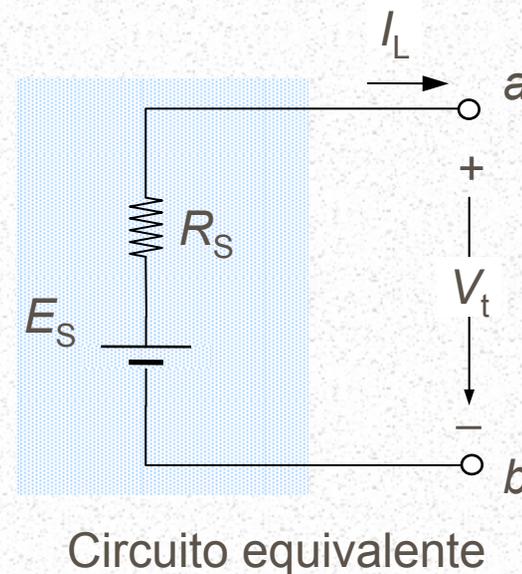
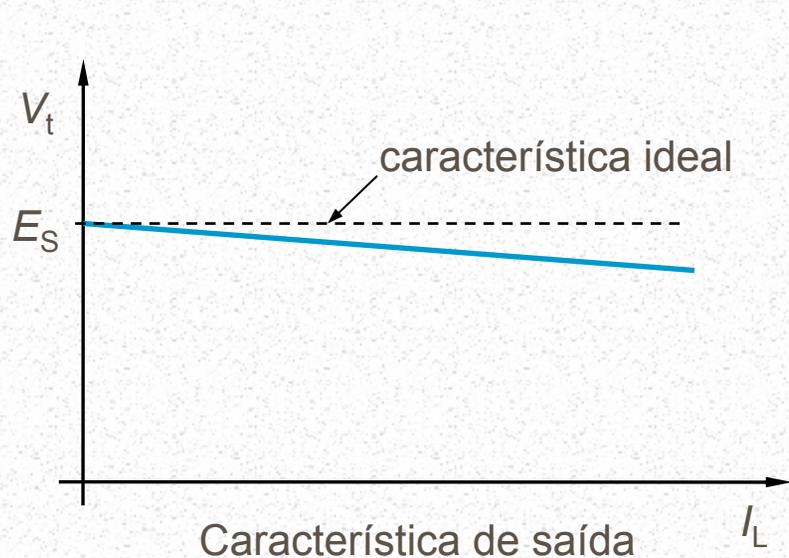
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1.5 \text{ mA}$$



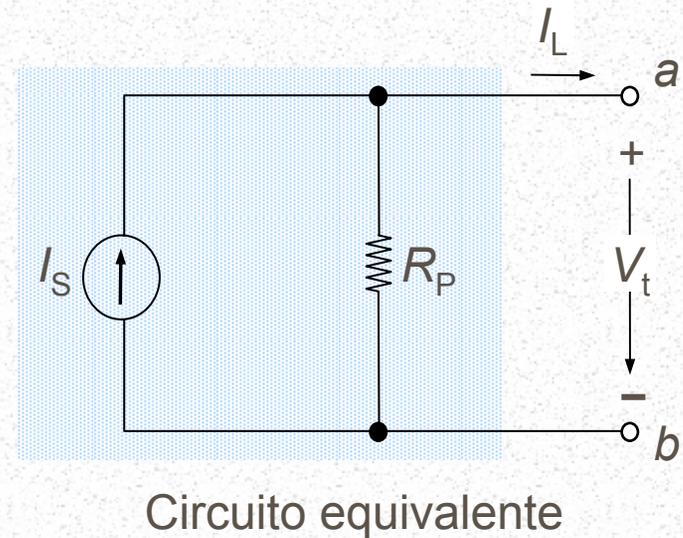
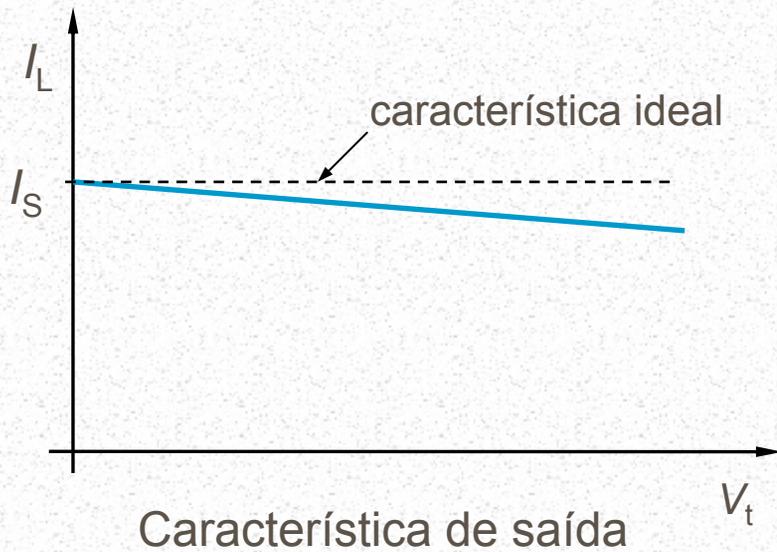
■ Fontes de Energia

■ Fontes de tensão



$$V_t = E_S - R_L \cdot I_L$$

- Fontes de Energia
 - Fontes de Corrente



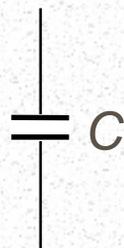
$$I_L = I_S - \frac{1}{R_P} V_t$$

■ Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

■ Introdução – Componentes Fundamentais



resistência



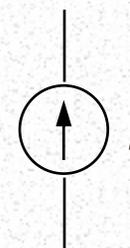
condensador



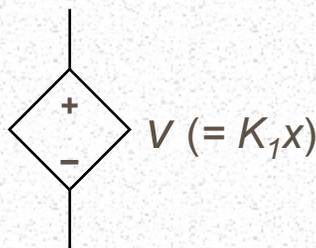
indutor



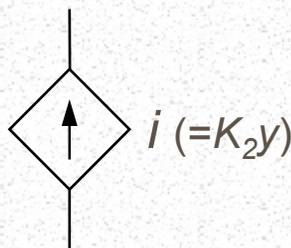
fonte de tensão
(independente)



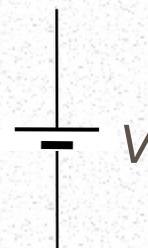
fonte de corrente
(independente)



fonte de tensão
(dependente)



fonte de corrente
(dependente)



fonte de tensão
(constante)

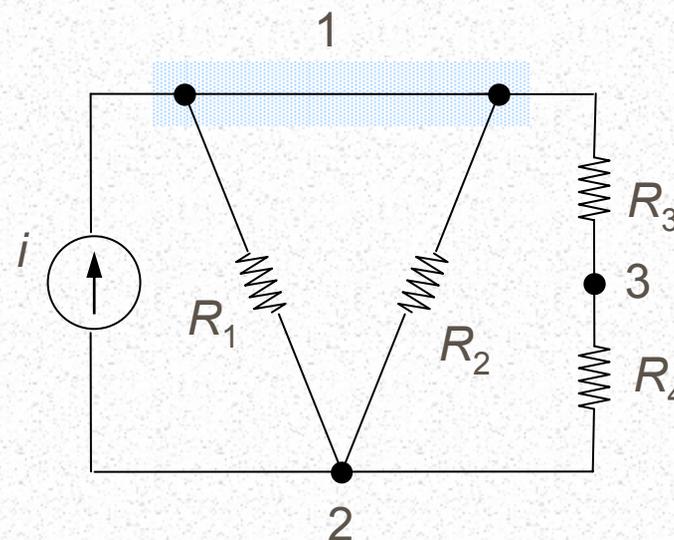


fonte de tensão
(alternada)

■ Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

■ Introdução – Definições

- Diferentes componentes ligados entre si por forma a cumprirem um determinado objectivo constituem um **circuito eléctrico**
- Um **nó** é um ponto ao qual ligam 2 ou mais elementos
- **Ramo** é um troço de um circuito entre 2 nós que contenha um qualquer elemento





Circuitos de Corrente Contínua (CC)



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

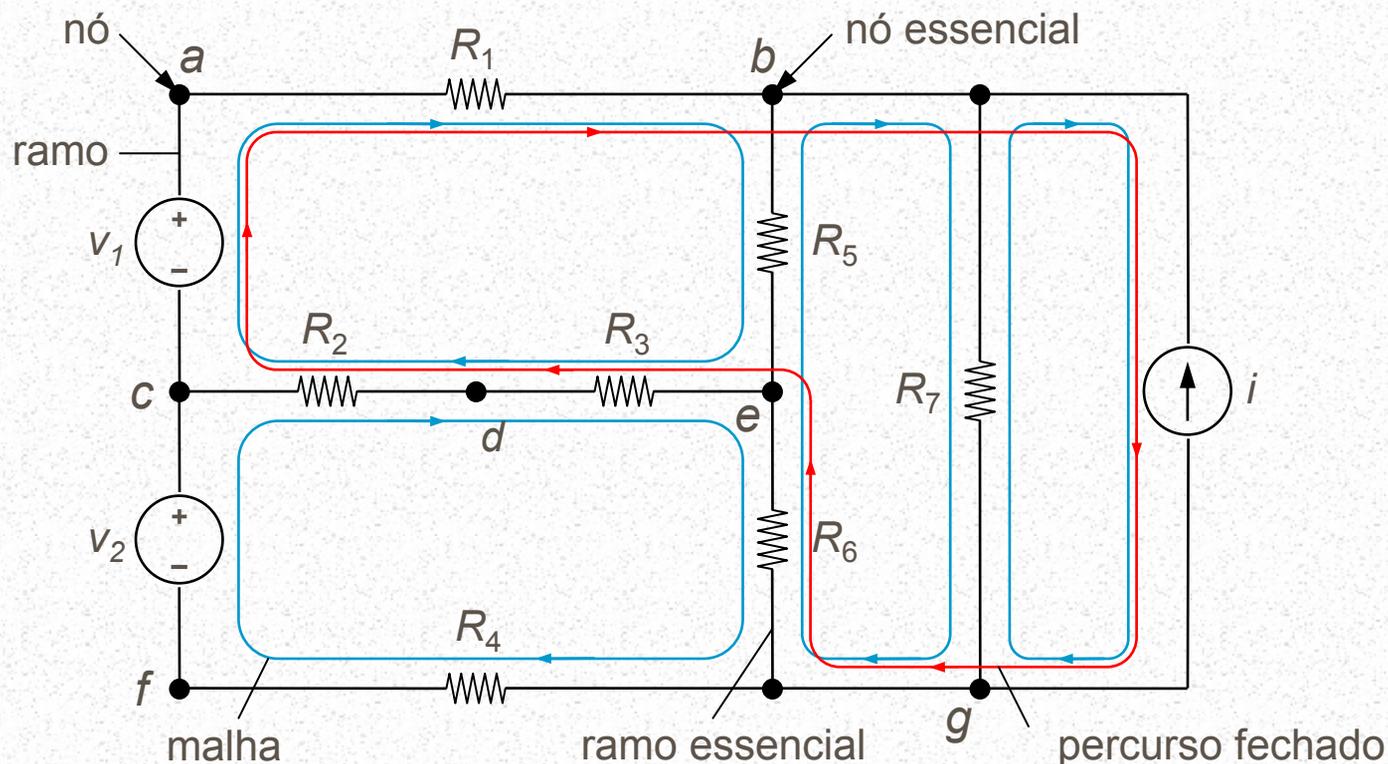
■ Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

■ Introdução – Definições

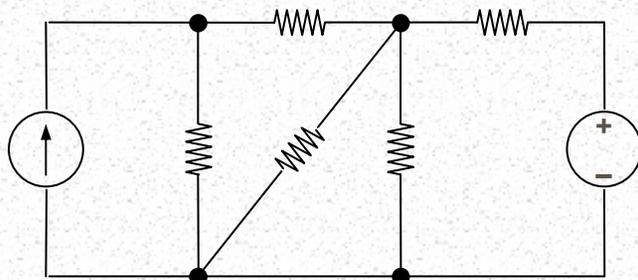
- **Percurso** (ou *path*) é qualquer trajecto ao longo de um circuito eléctrico que não passe mais do que uma vez pelo mesmo nó
- Se o nó de onde partimos é o mesmo a que chegamos então o trajecto constitui um **percurso fechado** (ou *loop*)
- **Malha** (ou *mesh*) é um percurso fechado que não inclui outros percursos fechados no seu interior
- **Nós essenciais** são nós aos quais ligam 3 ou mais elementos
- **Ramos essenciais** são percursos que ligam 2 nós essenciais

■ Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

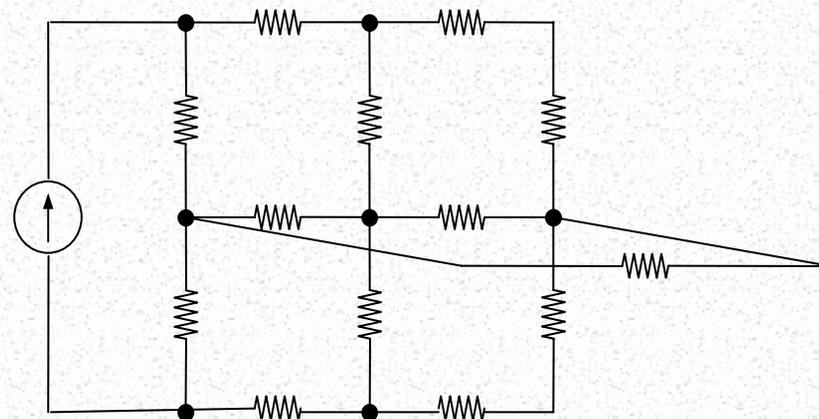
■ Introdução – Definições



- Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC
 - Método das Tensões nos Nós
 - Método das Correntes nas Malhas



circuito planar



circuito não-planar



Circuitos de Corrente Contínua (CC)



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

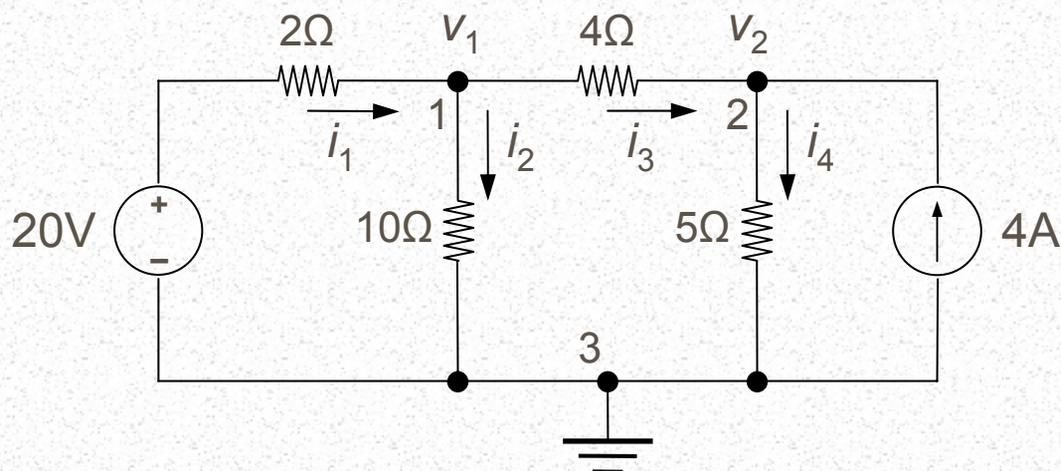
■ Método das Tensões nos Nós

O método dos nós consiste na aplicação consecutiva dos seguintes passos:

- Determinação do número total de nós essenciais do circuito (N)
- Escolha de um nó de referência (a escolha é arbitrária mas uma boa opção é seleccionar o nó onde ligam o maior número de ramos)
- Atribuição de um sentido positivo para a corrente em cada um dos ramos (o sentido arbitrado não tem de ser necessariamente ser coincidente com o sentido real da corrente no circuito)
- Aplicação da Lei de *Kirchhoff* das correntes (LKC) a cada um dos ($N-1$) nós do circuito
- Substituição da característica tensão-corrente dos componentes ligados aos nós
- Resolução do sistema de equações para obtenção das tensões nos ($N-1$) nós do circuito

■ Método das Tensões nos Nós

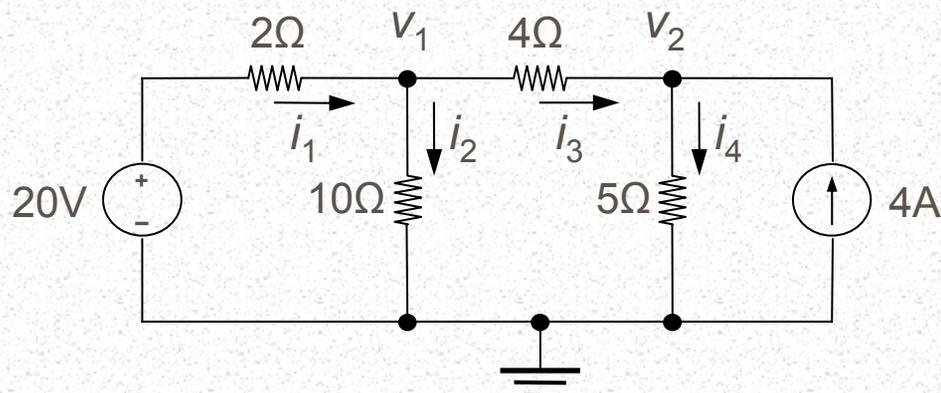
Exemplo



- Uma vez que o circuito possui três nós ($N=3$), conclui-se que são necessárias $(N-1)=2$ equações para a sua resolução

■ Método das Tensões nos Nós

Exemplo



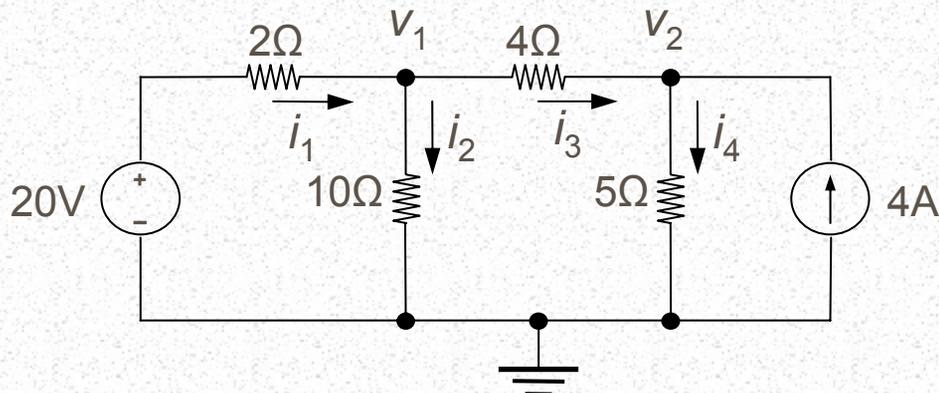
- A aplicação da Lei de *Kirchhoff* das correntes aos nós 1 e 2 do circuito permite escrever as seguintes equações:

$$\text{Nó 1: } i_1 = i_2 + i_3$$

$$\text{Nó 2: } 4A = -i_3 + i_4$$

■ Método das Tensões nos Nós

Exemplo



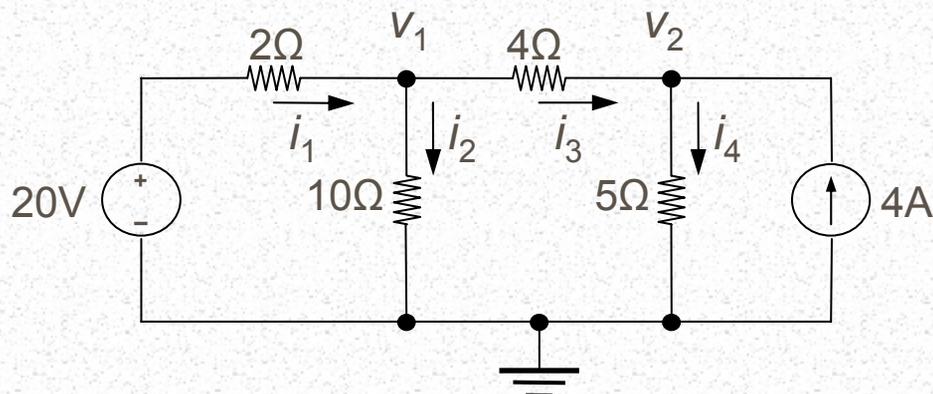
- A substituição da Lei de *Ohm* nos termos relativos às correntes nas resistências permite escrever as equações:

$$\text{Nó 1: } \frac{20\text{V} - v_1}{2\Omega} = \frac{v_1}{10\Omega} + \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$$

$$\text{Nó 2: } 4\text{A} = \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega}$$

■ Método das Tensões nos Nós

Exemplo



- A resolução do sistema de equações permite obter:

$$v_1 = 17.2 \text{ V}$$

$$v_2 = 18.4 \text{ V}$$



$$i_1 = \frac{20\text{V} - v_1}{2\Omega} = 1.4 \text{ A,}$$

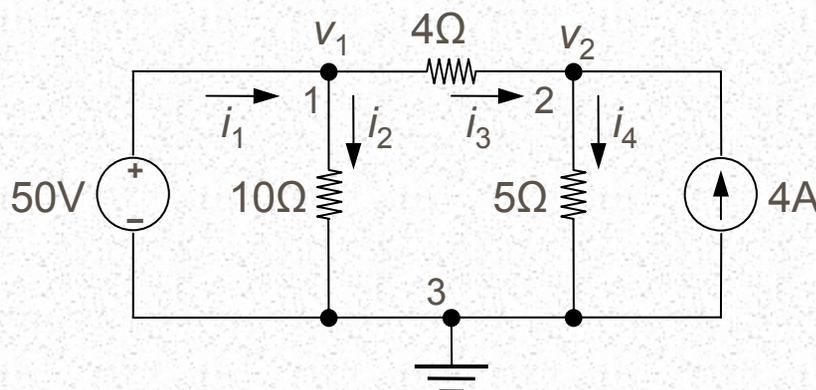
$$i_3 = \frac{v_1 - v_2}{4\Omega} = -0.3 \text{ A,}$$

$$i_2 = \frac{v_1}{10\Omega} = 1.72 \text{ A}$$

$$i_4 = \frac{v_2}{5\Omega} = 3.58 \text{ A}$$

■ Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 1 – Fontes de Tensão Independentes Ligadas ao Nó de Referência



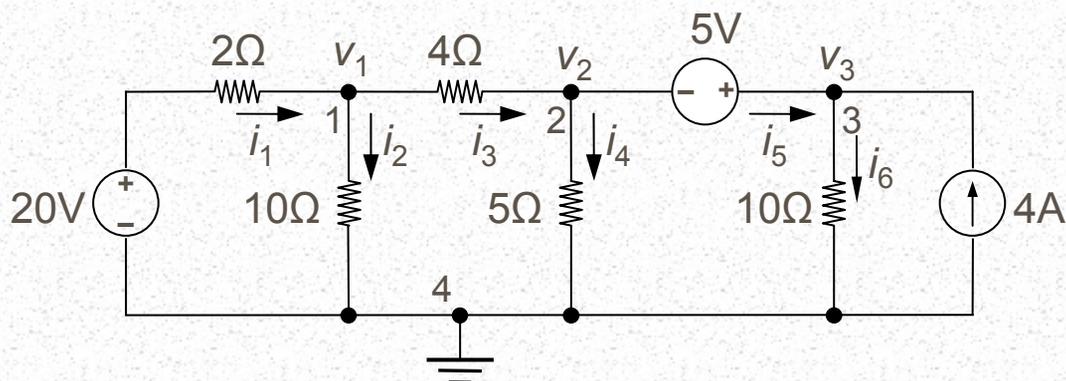
- Neste caso, para cada um dos dois nós do circuito podem obter-se as equações :

$$\text{Nó 1: } v_1 = 50 \text{ V}$$

$$\text{Nó 2: } 4\text{A} = \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega} \rightarrow v_2 = 36.7 \text{ V}$$

■ Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 2 – Fontes de Tensão Independentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência



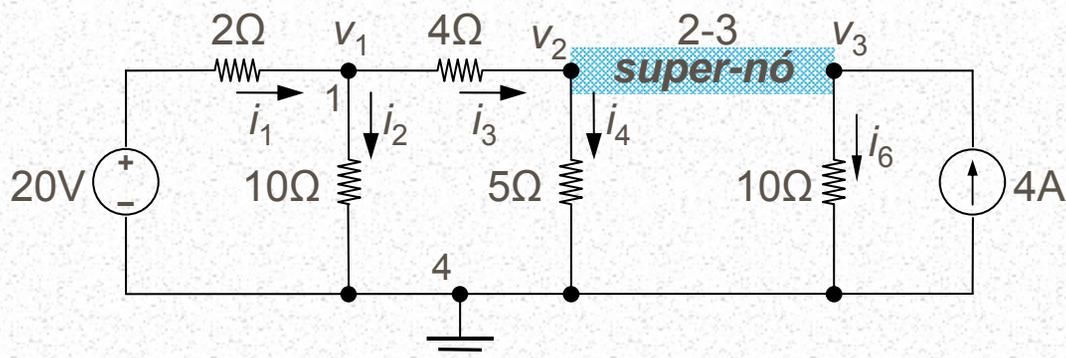
- Apesar de haver mais um nó, a relação entre v_2 e v_3 é conhecida. Neste caso,

$$v_3 = v_2 + 5V$$

$$(i_5 = i_3 - i_4)$$

■ Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 2 – Fontes de Tensão Independentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência



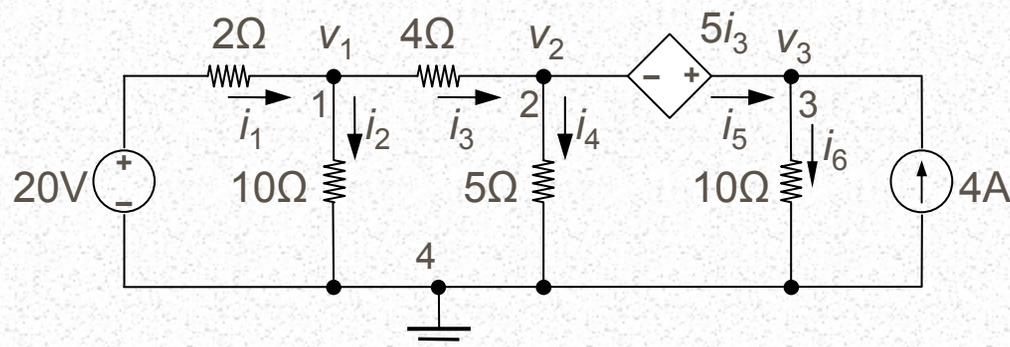
■ Assim, é possível escrever as seguintes equações para os nós:

$$\text{Nó 1: } i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow \frac{20\text{V} - v_1}{2\Omega} = \frac{v_1}{10\Omega} + \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$$

$$\text{Super-nó 2-3: } 4\text{A} = -i_3 + i_4 + i_6 \rightarrow \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega} + \frac{v_2 + 5\text{V}}{10\Omega}$$

■ Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 3 – Fontes de Tensão dependentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência

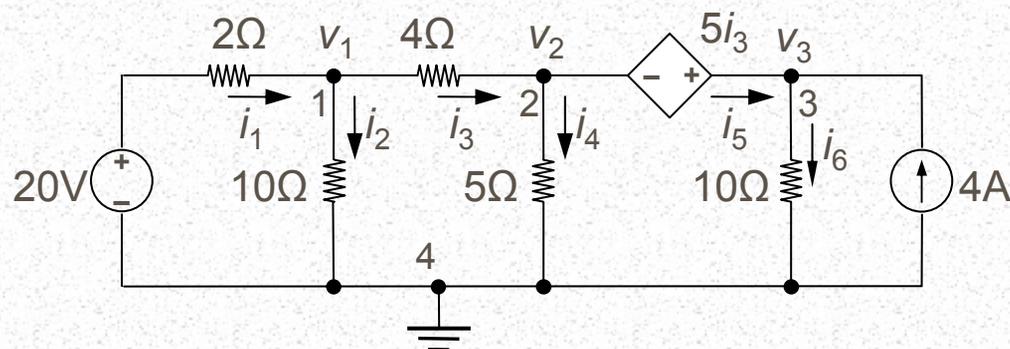


- A fonte dependente estabelece uma relação entre as tensões nos nós 2 e 3 que é possível exprimir em função de v_1 e v_2 :

$$v_3 = v_2 + 5i_3 = v_2 + 5 \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$$

■ Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 3 – Fontes de Tensão dependentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência



- A análise do circuito resume-se, então, à aplicação da LKC ao nó 1 e ao super-nó 2-3:

$$\text{Nó 1: } i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow \frac{20V - v_1}{2\Omega} = \frac{v_1}{10\Omega} + \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$$

$$\text{Super-nó 2-3: } 4A = -i_3 + i_4 + i_6 \rightarrow \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega} + \frac{v_2 + v_2 + \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}}{10\Omega}$$



Circuitos de Corrente Contínua (CC)



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

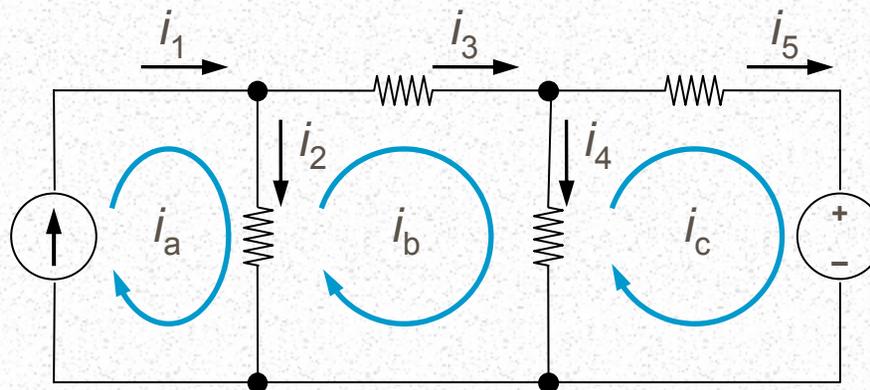
■ Método das Correntes de Malha

A aplicação do método das malhas baseia-se em quatro passos principais, a saber:

- Determinação do número total de malhas do circuito
- Atribuição de um sentido às correntes respectivas
- Aplicação da Lei de *Kirchhoff* das tensões (LKT) a cada uma das malhas
- Substituição da característica tensão-corrente dos componentes ao longo da malha
- Resolução do sistema de equações

■ Método das Correntes de Malha

- Definição das correntes de malha e obtenção das correntes nos componentes do circuito



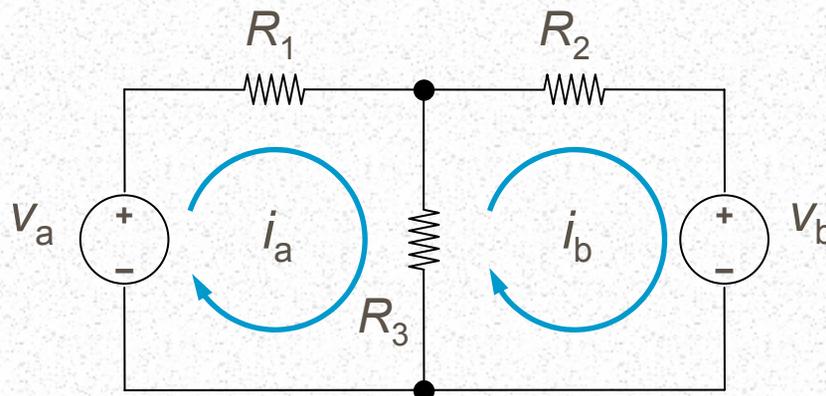
$$i_1 = i_a, \quad i_3 = i_b, \quad i_5 = i_c$$

$$i_2 = i_a - i_b$$

$$i_4 = i_b - i_c$$

■ Método das Correntes de Malha

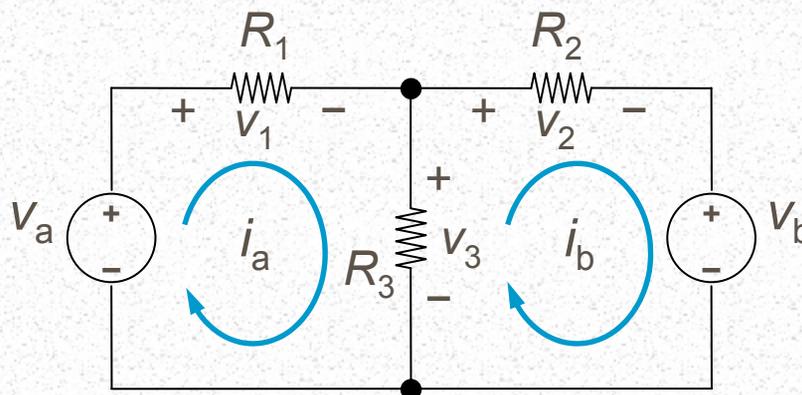
Exemplo



- O circuito inclui 2 malhas pelo que serão necessárias 2 equações para o analisar

■ Método das Correntes de Malha

Exemplo



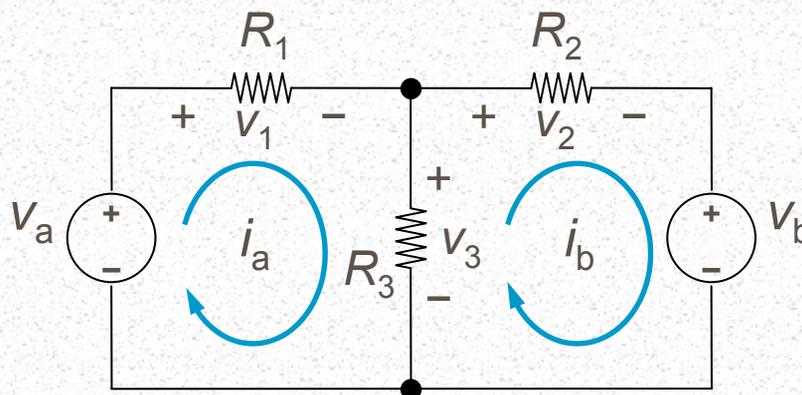
- A aplicação da Lei de *Kirchhoff* das tensões às malhas **a** e **b** permite obter as duas equações algébricas seguintes:

$$\text{Malha } a: \quad V_a = V_1 + V_3$$

$$\text{Malha } b: \quad -V_b = V_2 - V_3$$

■ Método das Correntes de Malha

Exemplo



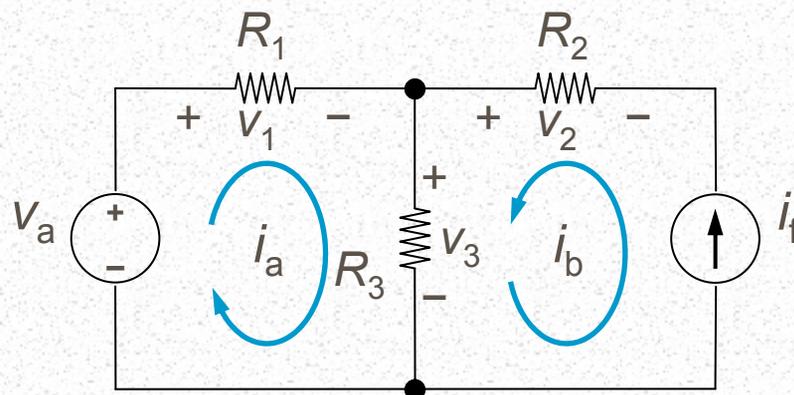
- A substituição das características tensão-corrente das resistências (lei de *Ohm*) permite rescrever as equações na seguinte forma :

$$\text{Malha } a: \quad v_a = R_1 i_a + R_3 (i_a - i_b)$$

$$\text{Malha } b: \quad -v_b = R_2 i_b - R_3 (i_a - i_b)$$

■ Método das Correntes de Malha – Casos Especiais

Caso 1 - Fontes de Corrente Independentes Pertencentes a Uma Só Malha



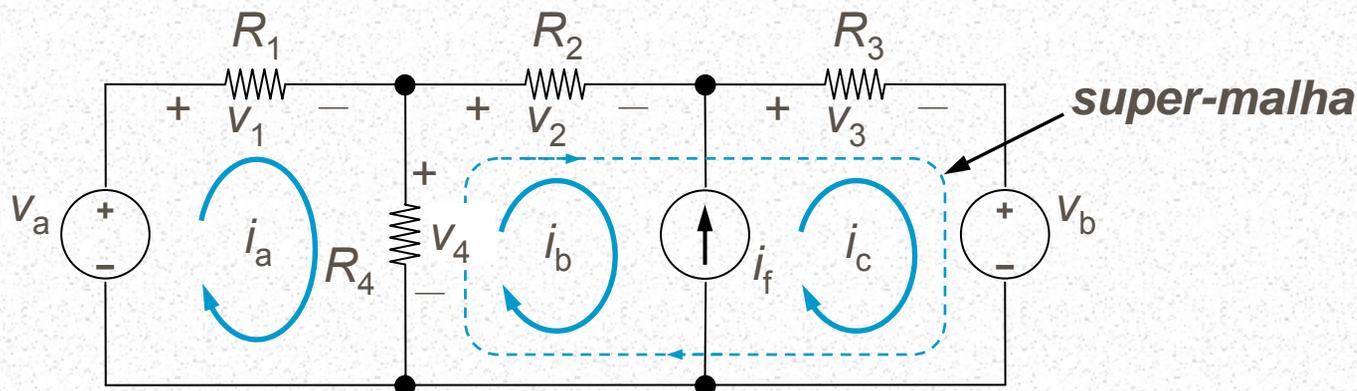
- Neste caso apenas se aplica a LKT à malha **a**:

$$\text{Malha } a: \quad v_a = R_1 i_a + R_3 (i_a + i_b)$$

$$\text{Malha } b: \quad i_b = i_f \rightarrow i_a = \frac{1}{R_1 + R_3} v_a - \frac{R_3}{R_1 + R_3} i_f$$

■ Método das Correntes de Malha – Casos Especiais

Caso 2 – Fontes de Corrente Independentes Comuns a Duas Malhas

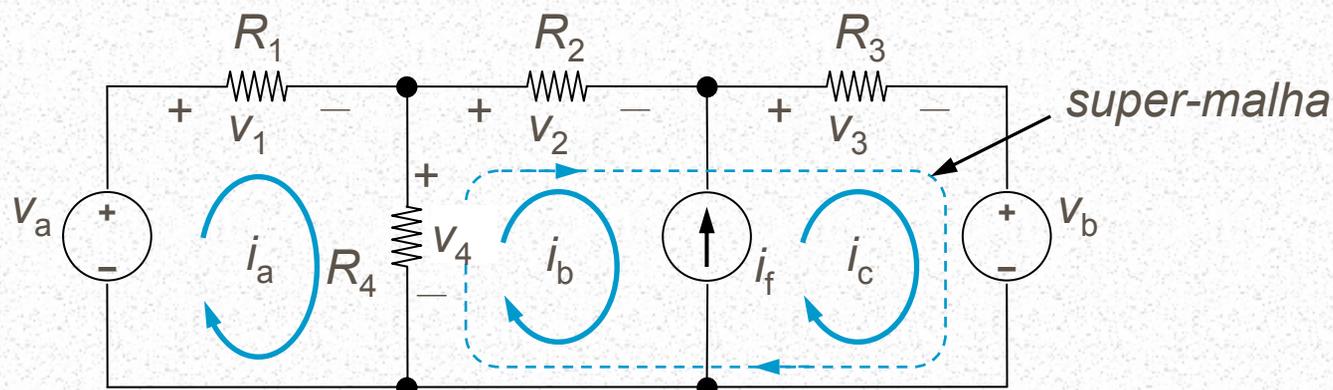


- Embora o circuito tenha 3 malhas, a relação entre i_b e i_c é conhecida (as malhas **b** e **c** definem uma “super-malha”):

$$i_c = i_f + i_b$$

■ Método das Correntes de Malha – Casos Especiais

Caso 2 – Fontes de Corrente Independentes Comuns a Duas Malhas



- Assim, a LKT aplica-se apenas à malha **a** e à super-malha **b-c** (a tracejado na figura):

$$\text{Malha } a: \quad v_a = R_1 i_a + R_4 (i_a - i_b)$$

$$\text{Super-malha } b - c: \quad -v_b = R_2 i_b + R_3 (i_f + i_b) - R_4 (i_a - i_b)$$

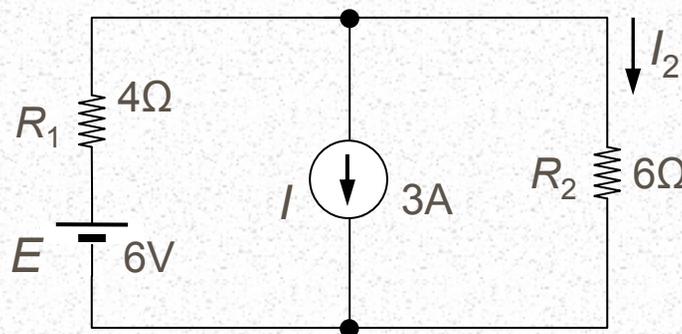
■ Método dos Nós *versus* Método das Malhas

| | Método dos Nós | Método das Malhas |
|----------------------------|--|---|
| Variáveis | Tensões nos nós | Correntes nas malhas |
| Lei utilizada | Lei de <i>Kirchhoff</i> das correntes | Lei de <i>Kirchhoff</i> das tensões |
| Número de equações | $n_e - 1$ – (número de fontes de tensão directamente ligadas a nós essenciais) | (número de malhas) – (número de fontes de corrente pertencentes a uma ou mais malhas) |
| Casos em que se simplifica | Fontes de tensão independentes ligadas ao nó de referência | Fontes de corrente independentes pertencentes a uma só malha |
| Casos em que se complica | Fontes de tensão ligadas entre dois nós distintos da referência (super-nó) | Fontes de corrente independentes comuns a duas malhas (super-malha) |
| Especialmente indicado ... | Circuitos só com fontes de corrente | Circuitos só com fontes de tensão |

■ Teoremas

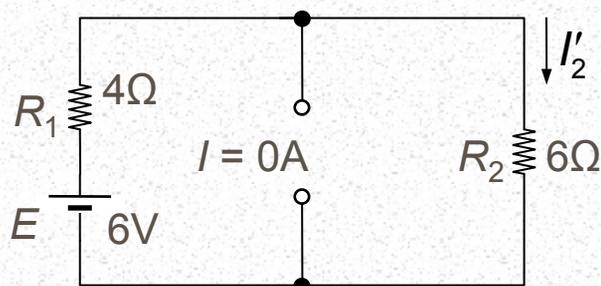
■ Teorema da Sobreposição

... o valor de uma grandeza eléctrica em qualquer parte de um circuito é o resultado da soma algébrica das grandezas nessa parte do circuito devido à contribuição de cada fonte independentemente ...

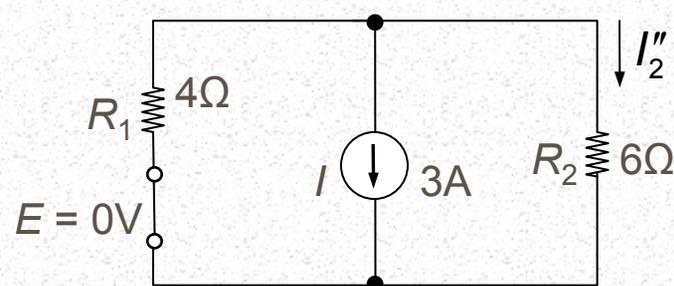


■ Teoremas

■ Teorema da Sobreposição



(a)



(b)

$$I'_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{6 \text{ V}}{4 \Omega + 6 \Omega} = 0.6 \text{ A}$$

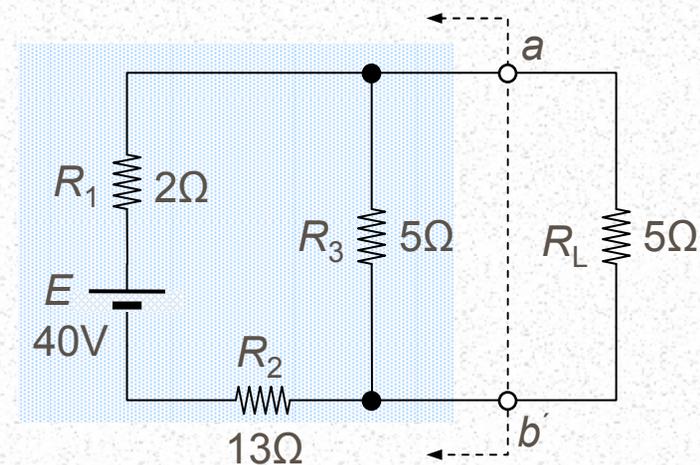
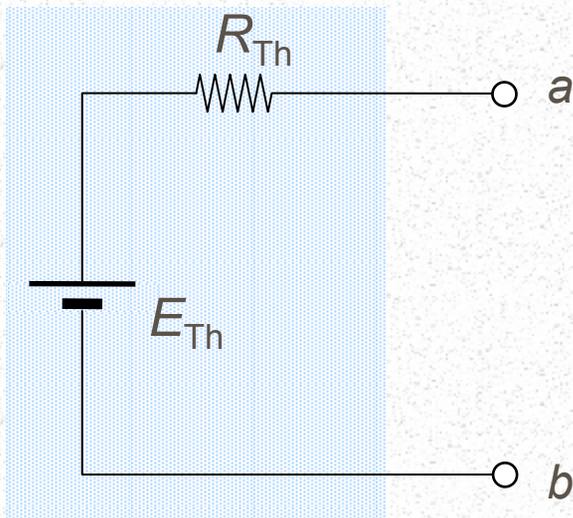
$$I''_2 = -I \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -3 \text{ A} \frac{4 \Omega}{4 \Omega + 6 \Omega} = -1.2 \text{ A}$$

$$\rightarrow I_2 = I'_2 + I''_2 = 0.6 \text{ A} - 1.2 \text{ A} = -0.6 \text{ A}$$

■ Teoremas

■ Teorema de *Thevenin*

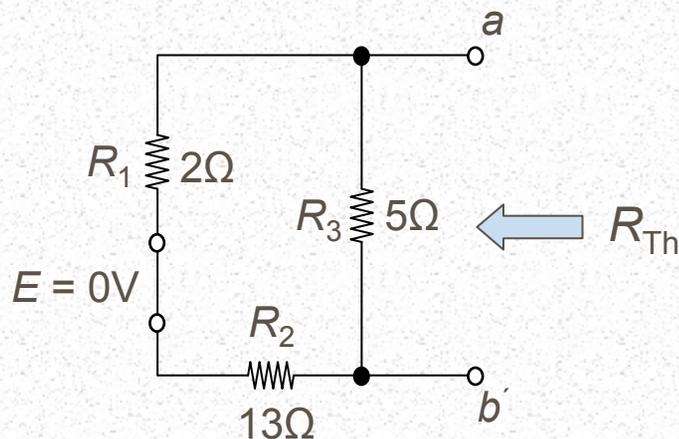
... O teorema de *Thevenin* permite a redução de um circuito com qualquer número de resistências e fontes e acessível por dois terminais, a um circuito com apenas uma fonte de tensão e uma resistência interna em série ...



■ Teoremas

■ Teorema de *Thevenin*

... a resistência equivalente de *Thevenin* R_{Th} , é a resistência vista a partir dos dois terminais do circuito que se pretende reduzir, quando se anulam os efeitos de todas as fontes (curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente) ...

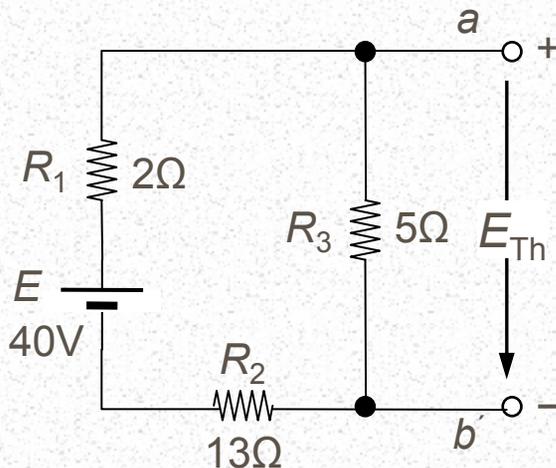


$$R_{Th} = R_3 \parallel (R_1 + R_2) = \frac{(5\Omega)(15\Omega)}{5\Omega + 15\Omega} = 3.75\Omega$$

■ Teoremas

■ Teorema de *Thevenin*

... a tensão equivalente de *Thevenin* E_{Th} , é a tensão que se observa entre os dois terminais na situação de circuito aberto (considerando o efeito de todas as fontes) ...

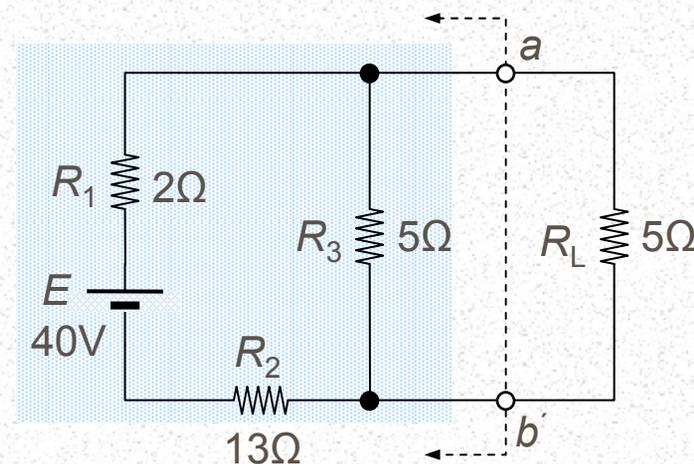
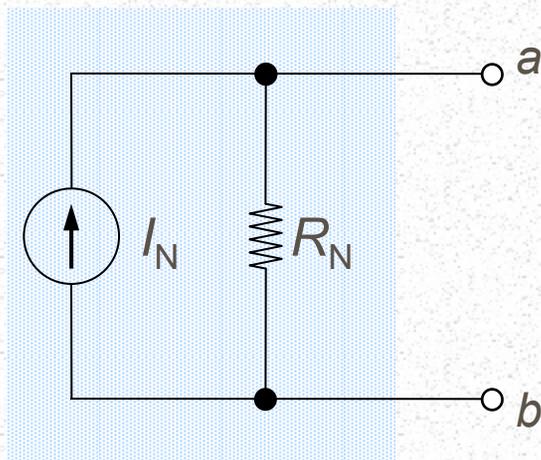


$$E_{Th} = V_{R_3} = E \frac{R_3}{R_T} = 40 \text{ V} \frac{5\Omega}{20\Omega} = 10 \text{ V}$$

■ Teoremas

■ Teorema de *Norton*

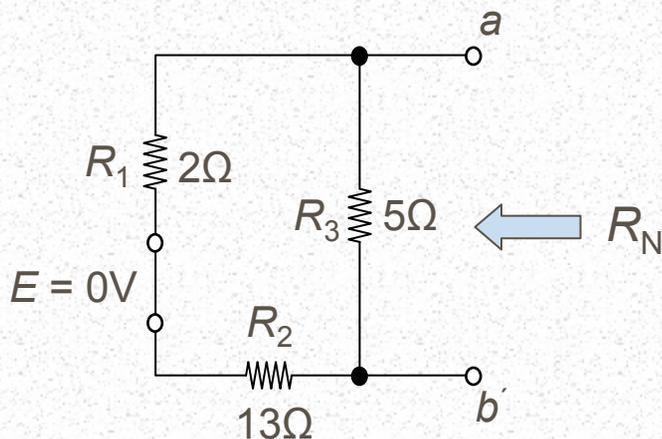
... O teorema de Norton permite a redução de um circuito com qualquer número de resistências e fontes e acessível por dois terminais, a um circuito com apenas uma fonte de corrente e uma resistência interna em paralelo ...



■ Teoremas

■ Teorema de *Norton*

... a resistência equivalente de Norton R_N , é a resistência vista a partir dos dois terminais do circuito que se pretende reduzir, quando se anulam os efeitos de todas as fontes (curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente) ...

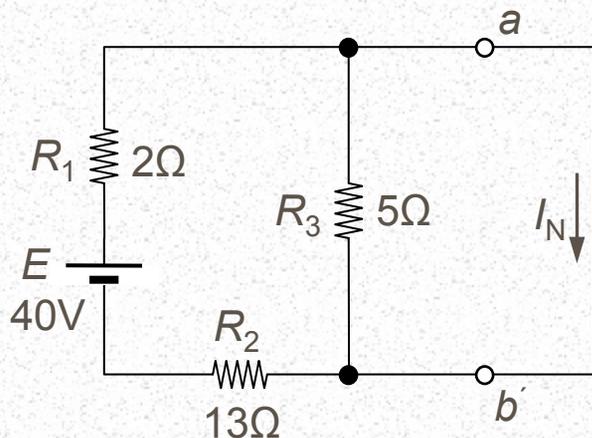


$$R_{Th} = R_3 \parallel (R_1 + R_2) = \frac{(5 \Omega)(15 \Omega)}{5 \Omega + 15 \Omega} = 3.75 \Omega$$

■ Teoremas

■ Teorema de *Norton*

... a corrente equivalente de Norton I_N , é a corrente que circula entre os dois terminais na situação de curto-circuito (considerando o efeito de todas as fontes) ...

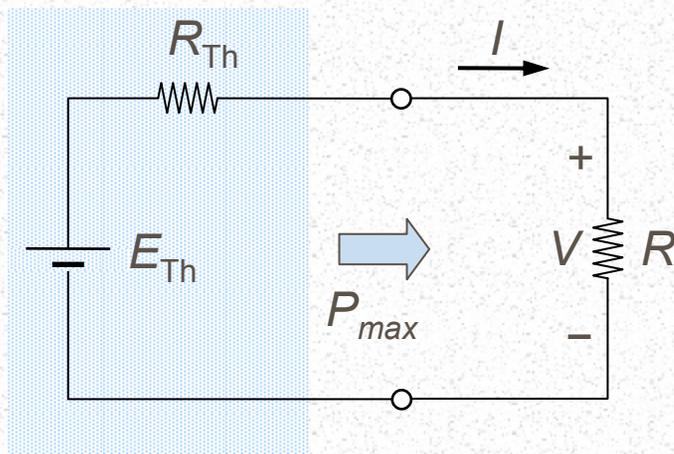


$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{40 \text{ V}}{13+2 \Omega} = 2,67 \text{ A}$$

■ Teoremas

■ Teorema da Máxima Transferência de Potência

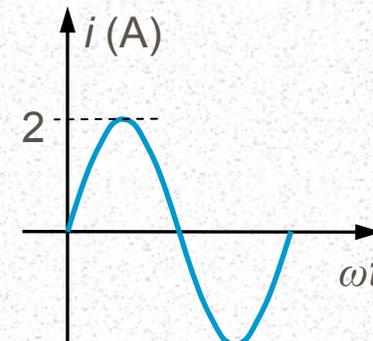
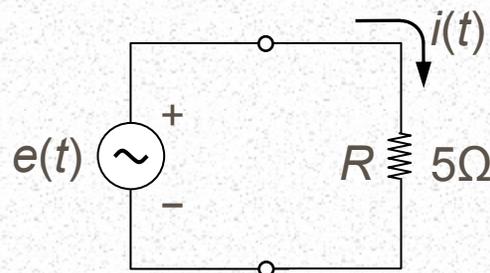
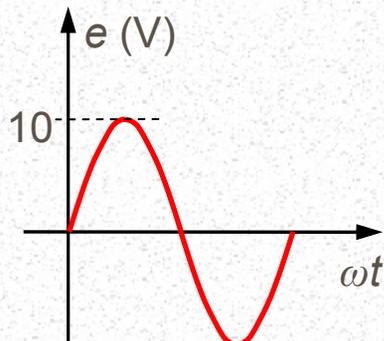
... A máxima transferência de potência entre uma fonte e uma carga ocorre quando a resistência da carga é igual e a resistência interna da fonte ...



$$P_{max} \Rightarrow R = R_{Th}$$
$$\rightarrow P_{max} = \frac{E_{Th}^2}{4R}$$

■ Conceito de Reactância

■ Efeito de uma tensão sinusoidal numa resistência

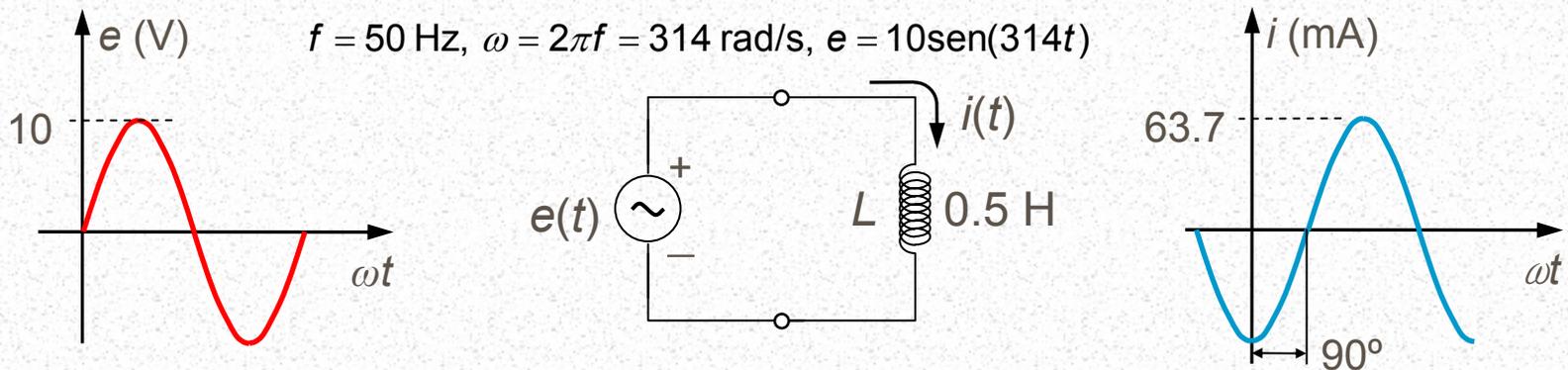


$$i = \frac{e}{R} = \frac{E}{R} \text{sen}(\omega t) \quad \rightarrow \quad i = \frac{10}{5} \text{sen}(\omega t) = 2 \text{sen}(\omega t)$$

➔ A corrente é também sinusoidal, tem a mesma frequência e está **em fase** com a tensão

■ Conceito de Reactância

■ Efeito de uma tensão sinusoidal num indutor



$$e = L \frac{di}{dt} \quad \rightarrow i = -\left(\frac{E}{\omega L}\right) \cos(\omega t) = \left(\frac{E}{\omega L}\right) \text{sen}(\omega t - 90^\circ) = I(\omega) \text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

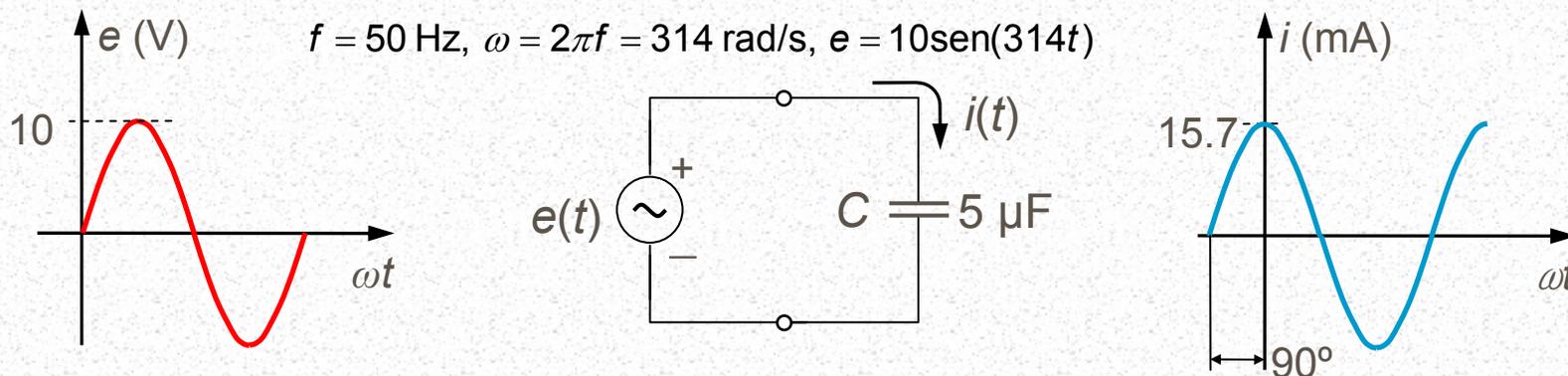
$$I(\omega) = \frac{E}{X_L}, \quad X_L = \omega L \quad \rightarrow \text{reactância da bobina}$$

$$X_L = \omega L = 157 \Omega \quad \rightarrow i = \frac{E}{X_L} \text{sen}(\omega t - 90^\circ) = 63.7 \times 10^{-3} \text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

➔ A corrente é também sinusoidal, tem a mesma frequência e está **atrasada de 90°** relativamente à tensão

■ Conceito de Reactância

■ Efeito de uma tensão sinusoidal num condensador



$$i = C \frac{dv}{dt} \quad \rightarrow i = \omega C E \cos(\omega t) = \left(\frac{E}{1/\omega C} \right) \text{sen}(\omega t + 90^\circ) = I(\omega) \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

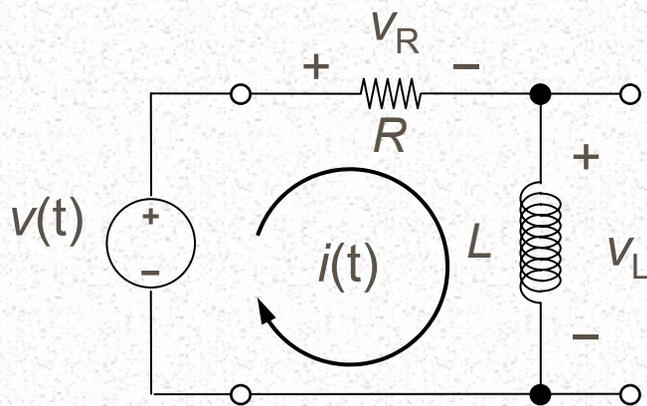
$$I(\omega) = \frac{E}{X_C}, \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \text{reactância do condensador}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 637 \Omega \quad \rightarrow i = \frac{E}{X_C} \text{sen}(\omega t + 90^\circ) = 15.7 \times 10^{-3} \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

➔ A corrente é também sinusoidal, tem a mesma frequência e está **avançada 90°** relativamente à tensão

■ Fasores e Números Complexos

■ Introdução

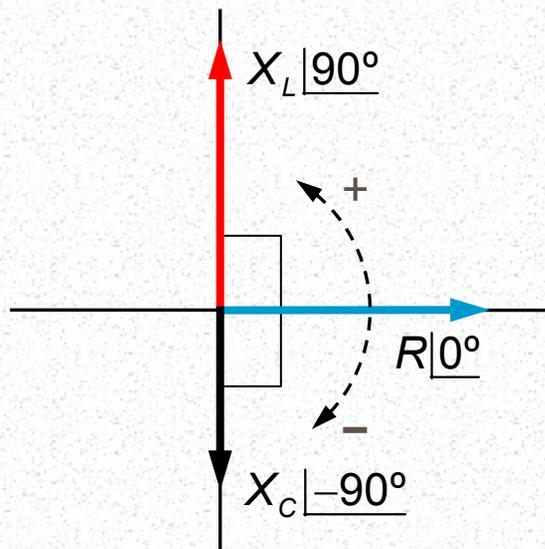


$$v = v_R + v_L = Ri + L \frac{di}{dt}$$


A análise de um circuito implica
A resolução de um sistema de
equações diferenciais (no caso
geral)

■ Fasores e Números Complexos

■ Representação Vectorial dos Componentes Básicos



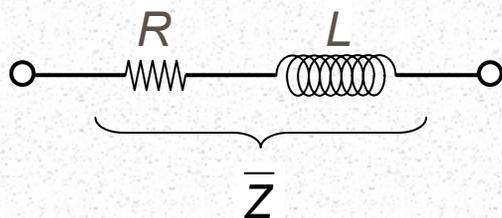
$$\begin{aligned}\overline{Z}_R &= R && \leftrightarrow && R|0^\circ \\ \overline{Z}_L &= j\omega L && \leftrightarrow && X_L|90^\circ \\ \overline{Z}_C &= \frac{1}{j\omega C} && \leftrightarrow && X_C|-90^\circ\end{aligned}$$

Diagrama de impedâncias

■ Fasores e Números Complexos

■ Representação Vectorial dos Componentes Básicos

- Caso geral (qualquer combinação de resistências, indutores e condensadores) → **Impedância**



$$\bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L = R + j\omega L$$

resistência
(parte real)

reactância
(parte imaginária)

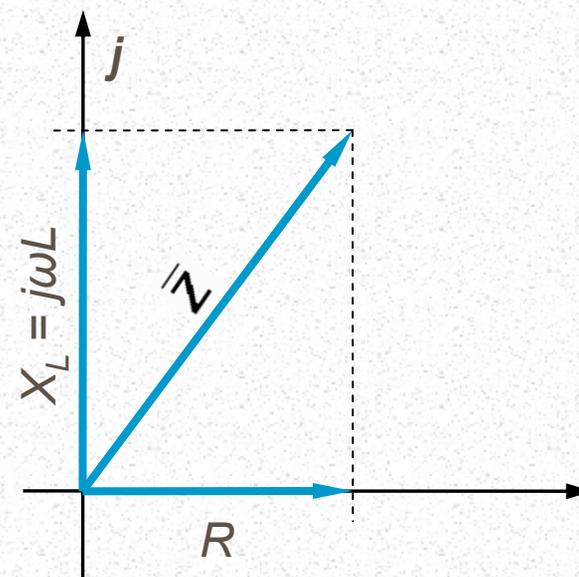


Diagrama de impedâncias
da série R-L

■ Fasores e Números Complexos

■ Representação Vectorial de Tensões e Correntes Sinusoidais

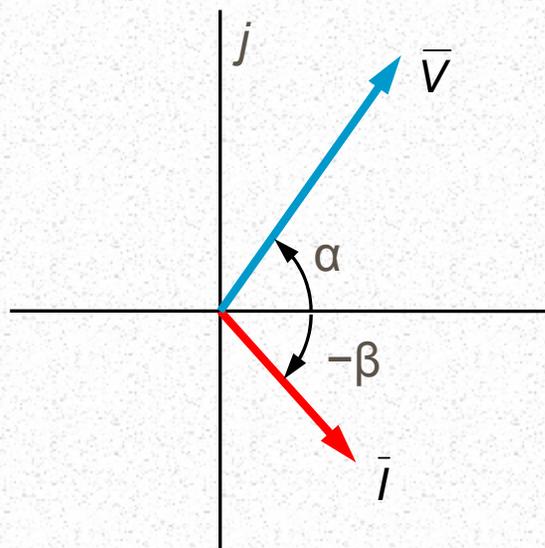


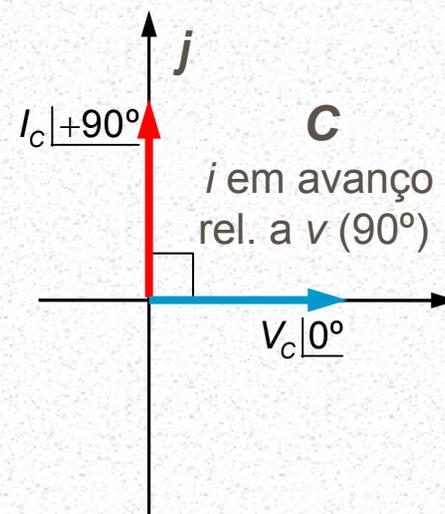
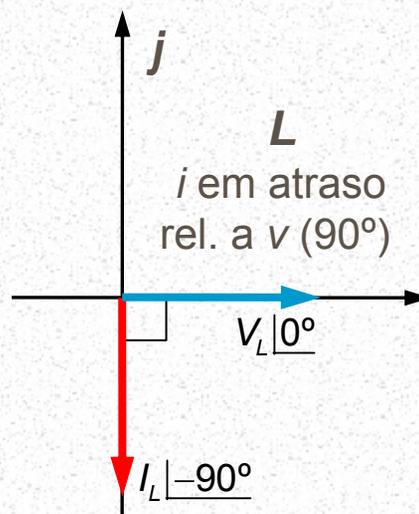
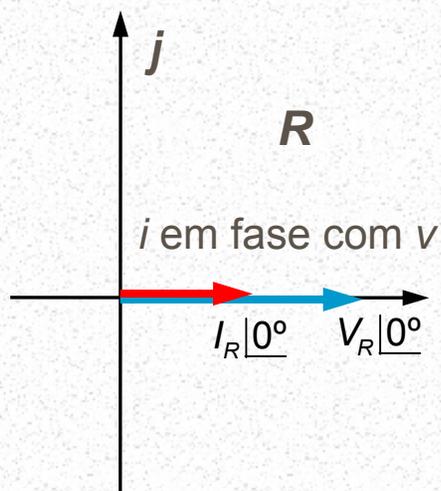
Diagrama de fasores

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \alpha) \quad \Leftrightarrow \quad \bar{V} = V_{ef} \underline{+ \alpha}$$
$$(V_{ef} = V_m / \sqrt{2})$$

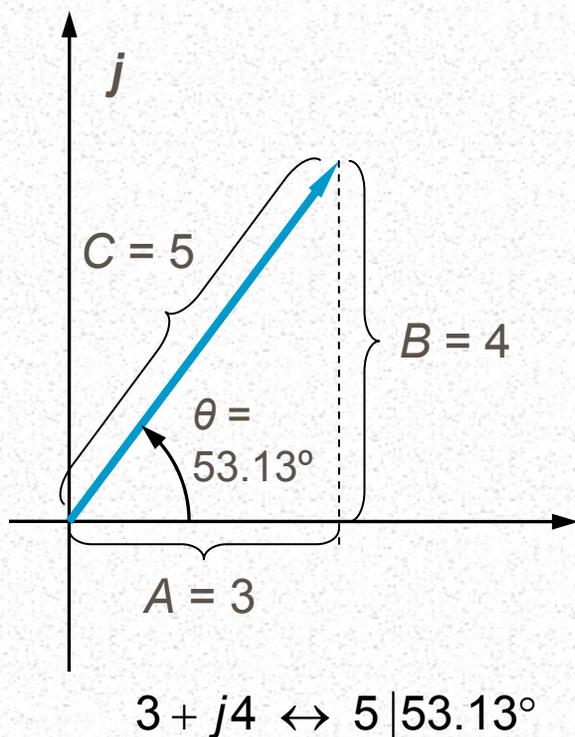
$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \beta) \quad \Leftrightarrow \quad \bar{I} = I_{ef} \underline{- \beta}$$
$$(I_{ef} = I_m / \sqrt{2})$$

■ Fasores e Números Complexos

■ Representação Vectorial de Tensões e Correntes Sinusoidais



- Fasores e Números Complexos
 - Coordenadas Cartesianas/Polares



Polar \rightarrow Rectangular

$$A = C \cos \theta$$

$$B = C \sin \theta$$

Rectangular \rightarrow Polar

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{A}$$



Circuitos de Corrente Alternada (CA)



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Fasores e Números Complexos

■ Operações Matemáticas Básicas Sobre Complexos

- É mais fácil somar (ou subtrair) números complexos na forma cartesiana:

$$(A_1 + jB_1) + (A_2 + jB_2) = (A_1 + A_2) + j(B_1 + B_2)$$

$$(A_1 + jB_1) - (A_2 + jB_2) = (A_1 - A_2) + j(B_1 - B_2)$$

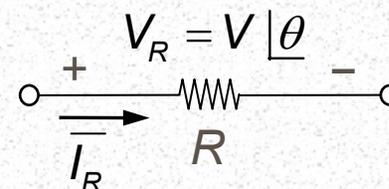
- É mais fácil multiplicar (ou dividir) números complexos na forma polar

$$A \angle \alpha \times B \angle \beta = (A \times B) \angle \alpha + \beta$$

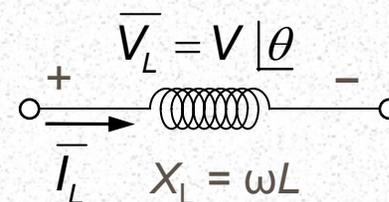
$$\frac{A \angle \alpha}{B \angle \beta} = \left(\frac{A}{B} \right) \angle \alpha - \beta$$

■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

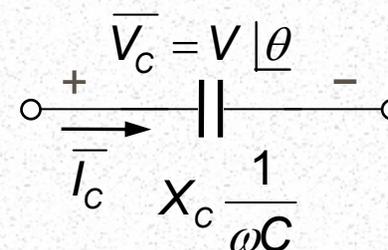
$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{R} = \frac{V \angle \theta}{R \angle 0^\circ} = \frac{V}{R} \angle (\theta - 0^\circ) = \frac{V}{R} \angle \theta$$



$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}}{X_L} = \frac{V \angle \theta}{X_L \angle 90^\circ} = \frac{V}{X_L} \angle (\theta - 90^\circ)$$

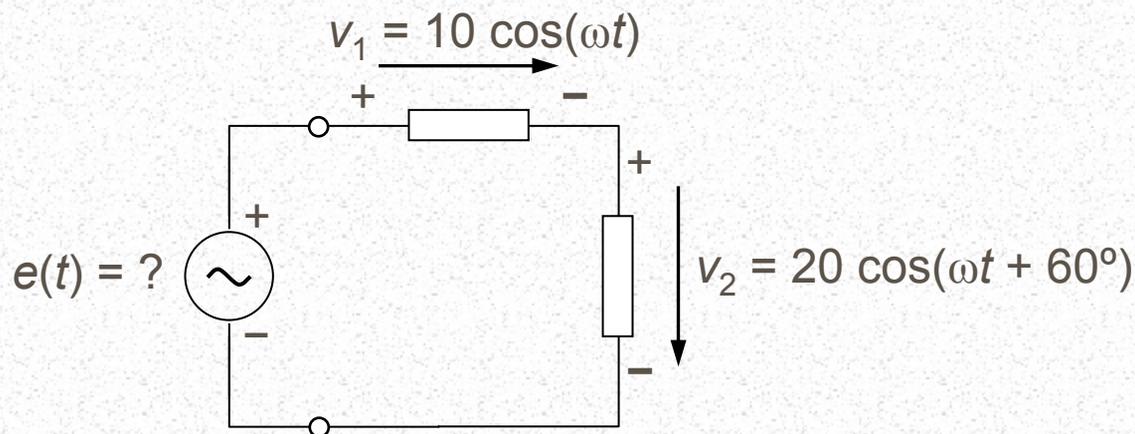


$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}}{X_C} = \frac{V \angle \theta}{X_C \angle (-90^\circ)} = \frac{V}{X_C} \angle (\theta + 90^\circ)$$



■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 1



$$e = v_1 + v_2$$

■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 1

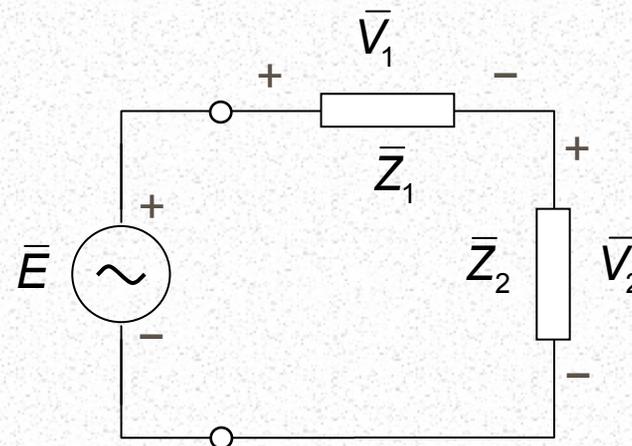
- De acordo com a Lei de *Kirchhoff* das tensões:

$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2$$

- Utilizando notação fasorial:

$$v_1 = \cos(\omega t) \quad \leftrightarrow \quad \bar{V}_1 = \frac{10}{\sqrt{2}} \underline{0^\circ} = 7.07 \underline{0^\circ}$$

$$v_2 = \cos(\omega t + 60^\circ) \quad \leftrightarrow \quad \bar{V}_2 = \frac{20}{\sqrt{2}} \underline{60^\circ} = 14.14 \underline{60^\circ}$$



■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 1

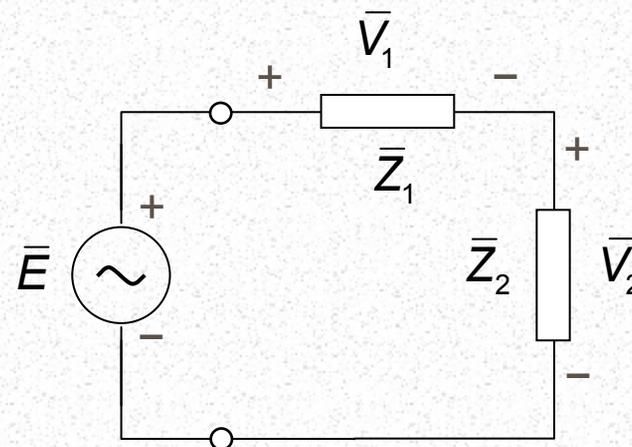
- Convertendo para coordenadas cartesianas para somar termos:

$$\bar{V}_1 = 7.07 + j0$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_2 &= 14.14 \cos 60^\circ + j14.14 \sin 60^\circ \\ &= 7.07 + j12.25\end{aligned}$$

- Donde:

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \bar{V}_1 + \bar{V}_2 = (7.07 + j0) + (7.07 + j12.25) \\ &= (7.07 + 7.07) + j(0 + 12.25) \\ &= 14.14 + j12.25\end{aligned}$$



■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 1

- Regressando à forma polar:

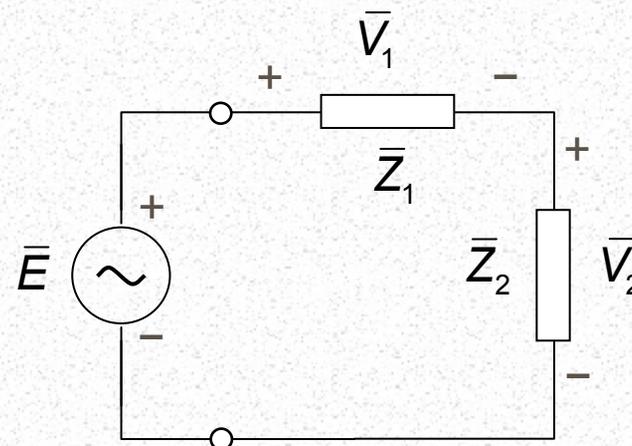
$$|\bar{E}| = \sqrt{(14.14)^2 + (12.25)^2} = 18.71 \text{ (V)}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{12.25}{14.14} = \tan^{-1} 0.866 = 40.9^\circ$$

$$\rightarrow \bar{E} = 18.71 \angle 40.9^\circ$$

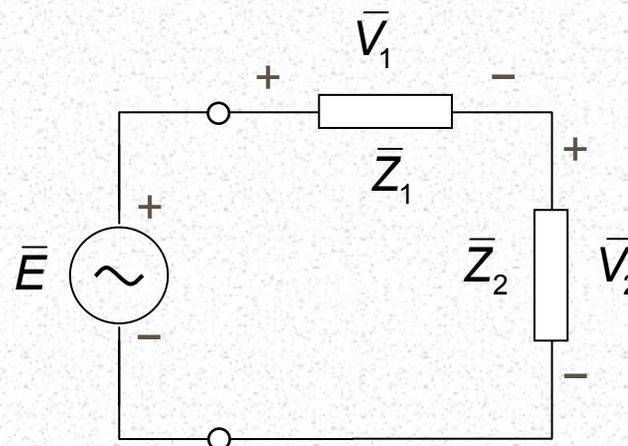
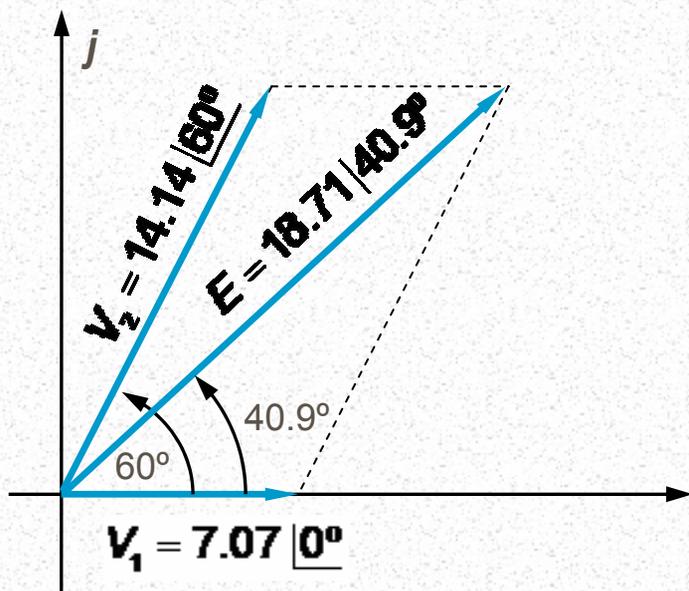
- Logo, no domínio dos tempos,

$$\begin{aligned} e(t) &= \sqrt{2} (18.71) \cos(\omega t + 40.9^\circ) \\ &= 24.6 \cos(\omega t + 40.9^\circ) \end{aligned}$$



■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 1



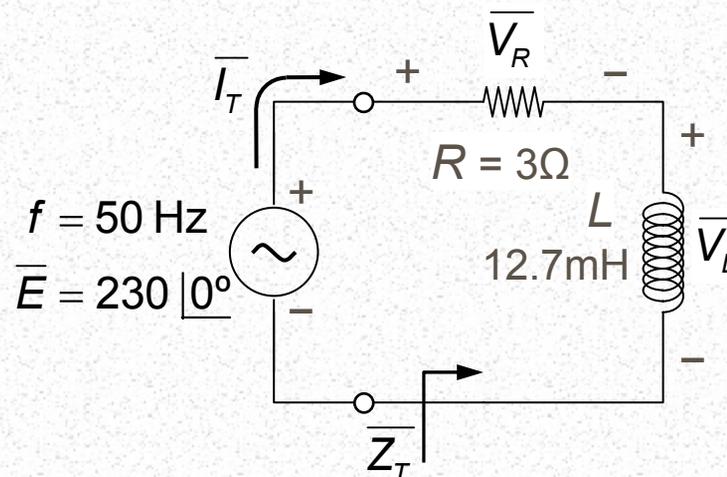
■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 2

$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$$

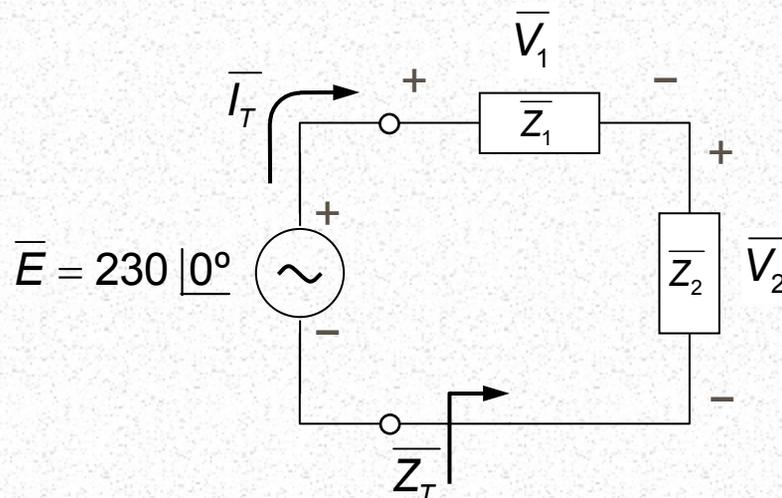
$$e(t) = \sqrt{2} \times 230 \cos(314t)$$

$$X_L = \omega L = 4\Omega$$



■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 2



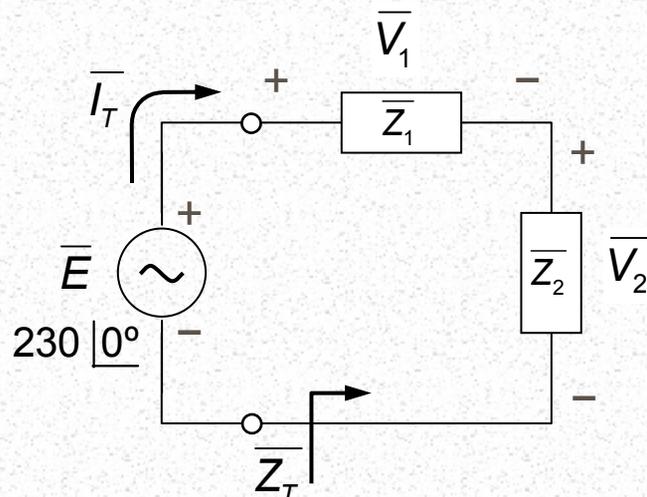
$$\bar{Z}_1 = 3 \angle 0^\circ = 3 + j0$$

$$\bar{Z}_2 = X_L \angle 90^\circ = 4 \angle 90^\circ = 0 + j4$$

$$\begin{aligned}\bar{Z}_T &= \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = (3 + j0) + (0 + j4) \\ &= 3 + j4 = 5 \angle 53.13^\circ\end{aligned}$$

■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 2



$$\begin{aligned}\bar{Z}_T &= \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = (3 + j0) + (0 + j4) \\ &= 3 + j4 = 5 \underline{53.13^\circ}\end{aligned}$$

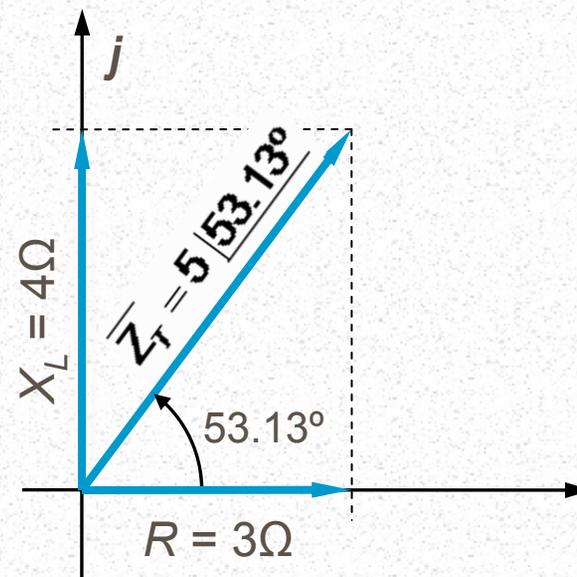


Diagrama de impedâncias do circuito R - L série

■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

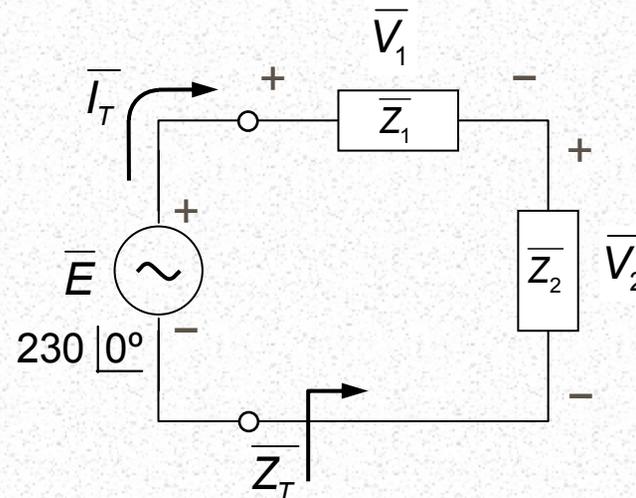
■ Exemplo 2

- Querendo calcular a corrente bastava aplicar a “lei de *Ohm*”:

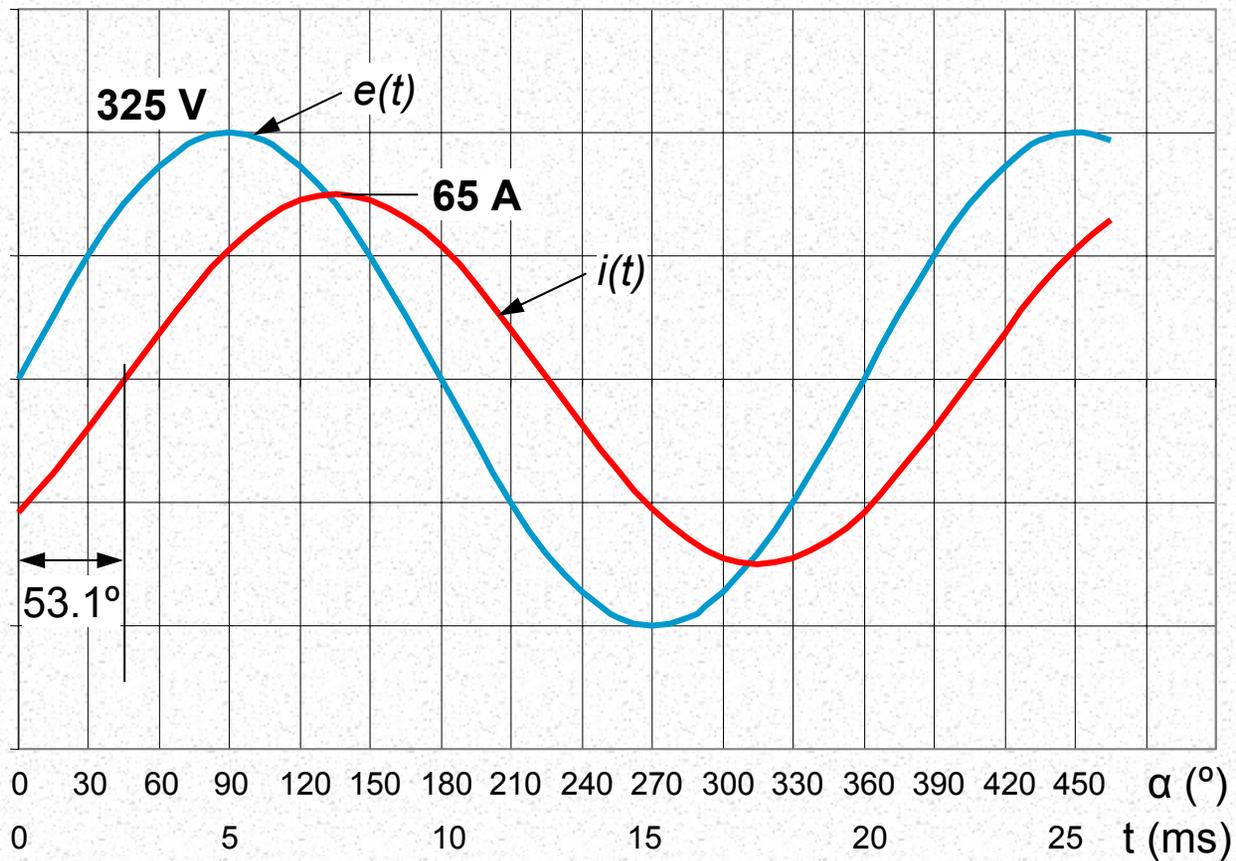
$$\bar{I}_T = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_T} = \frac{230 \angle 0^\circ}{5 \angle 53.13^\circ} = 46 \angle -53.13^\circ$$

- O que no domínio dos tempos quer dizer:

$$i_T = \sqrt{2}(46) \text{sen}(\omega t - 53.13^\circ) = 65 \text{sen}(\omega t - 53.13^\circ)$$



Circuitos de Corrente Alternada (CA)



■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 2

- A tensão aos terminais da resistência é”:

$$\bar{V}_R = \bar{V}_1 = \bar{I}_T \bar{Z}_1$$

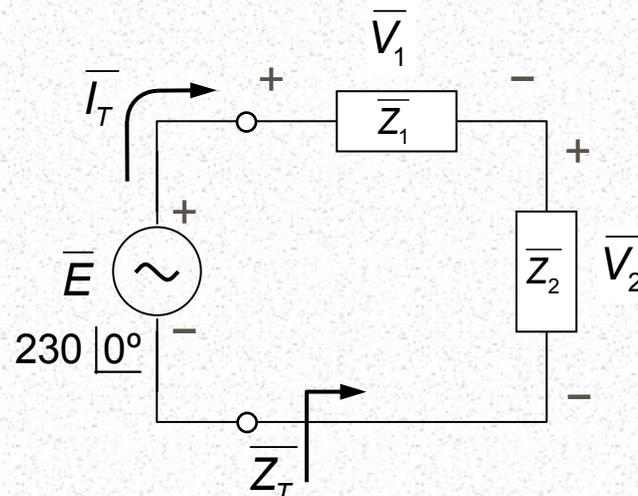
$$\begin{aligned} \bar{V}_R &= (46 \angle -53.13^\circ)(3 \angle 0^\circ) \\ &= 138 \angle -53.13^\circ \end{aligned}$$

- Para o indutor:

$$\bar{V}_L = \bar{V}_2 = \bar{I}_T \bar{Z}_2$$

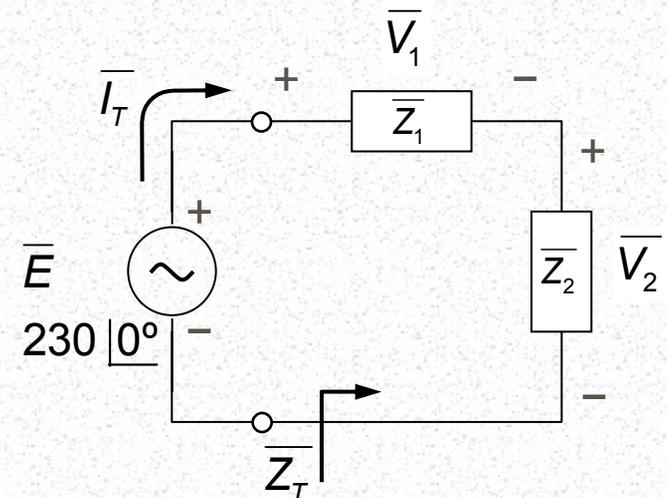
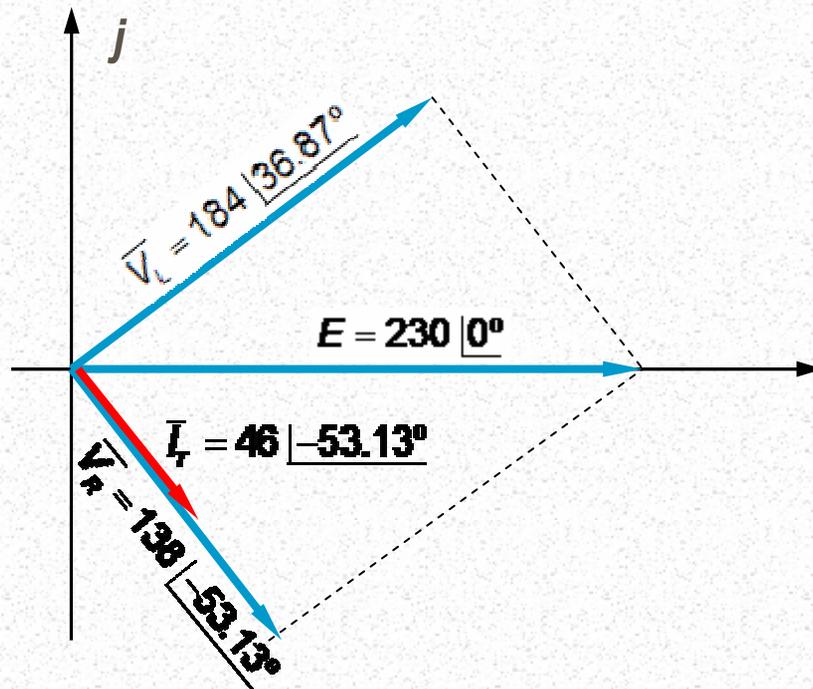
$$\begin{aligned} \bar{V}_L &= (46 \angle -53.13^\circ)(4 \angle 90^\circ) \\ &= 184 \angle +36.87^\circ \end{aligned}$$

$$(\bar{E}_L = \bar{V}_R + \bar{V}_L)$$



■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada

■ Exemplo 2



■ Potência em Corrente Alternada

- Valor instantâneo da potência dissipada numa resistência:

$$p(t) = v(t)i(t) = R(i(t))^2 = \frac{(v(t))^2}{R}$$

- Valor médio da potência dissipada numa resistência (para qualquer forma de onda de período T):

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} R(i(t))^2 dt = R \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} i(t)^2 dt \right)$$

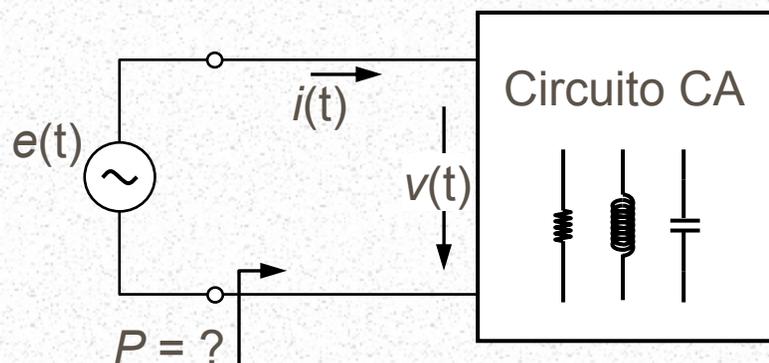
$$\rightarrow P = RI_{ef}^2 = \frac{V_{ef}^2}{R}$$

- Para uma corrente sinusoidal da forma $i(t) = I \sin(\omega t)$,

$$P = RI_{ef}^2 = R \left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{RI^2}{2}$$

■ Potência em Corrente Alternada

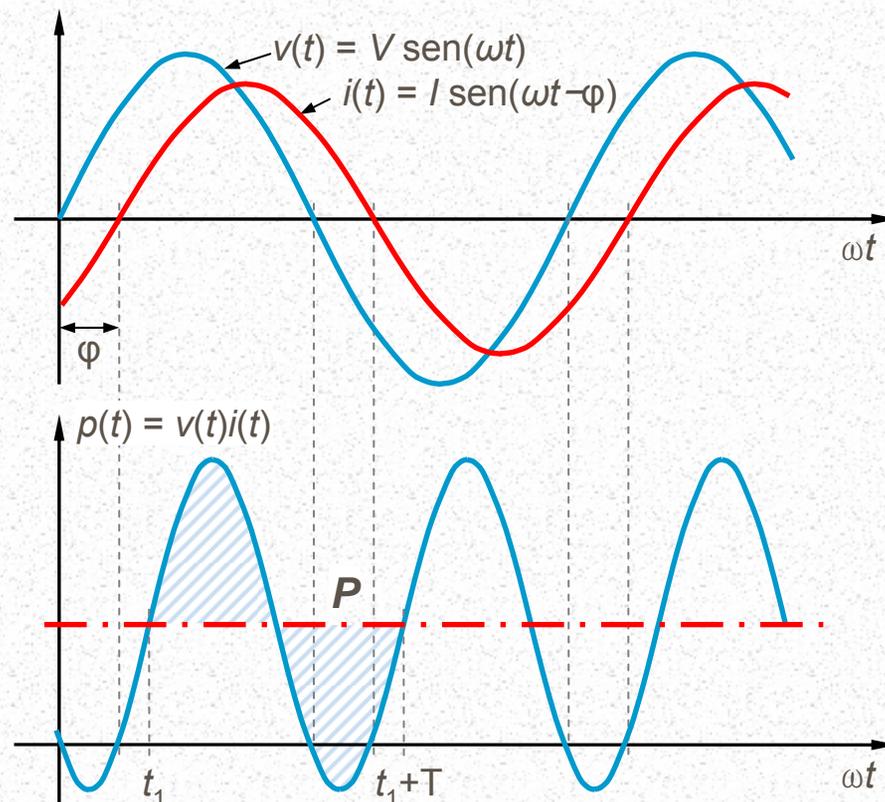
■ Caso Geral



$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} v(t)i(t) dt =$$

$$= \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} V \text{sen}(\omega t) I \text{sen}(\omega t - \varphi) dt$$

$$\rightarrow P = V_{ef} I_{ef} \cos(\varphi) \quad (\text{W})$$



■ Potência em Corrente Alternada

■ Caso Geral

■ Potência activa

$$P = V_{ef} I_{ef} \cos(\varphi) \quad (\text{W})$$

$\cos(\varphi) \rightarrow$ factor de potência

■ Potência reactiva

$$Q = V_{ef} I_{ef} \sin(\varphi) \quad (\text{VAR})$$

■ Potência aparente

$$S = V_{ef} I_{ef} \quad (\text{VA})$$

$$(P = S \cos(\varphi), \quad Q = S \sin(\varphi), \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2})$$

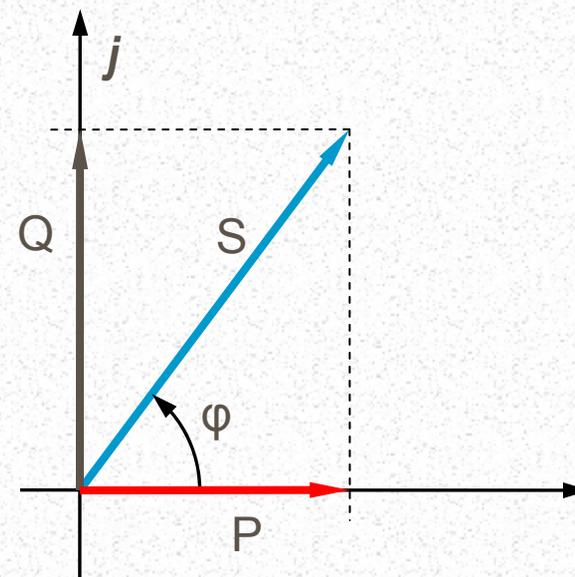
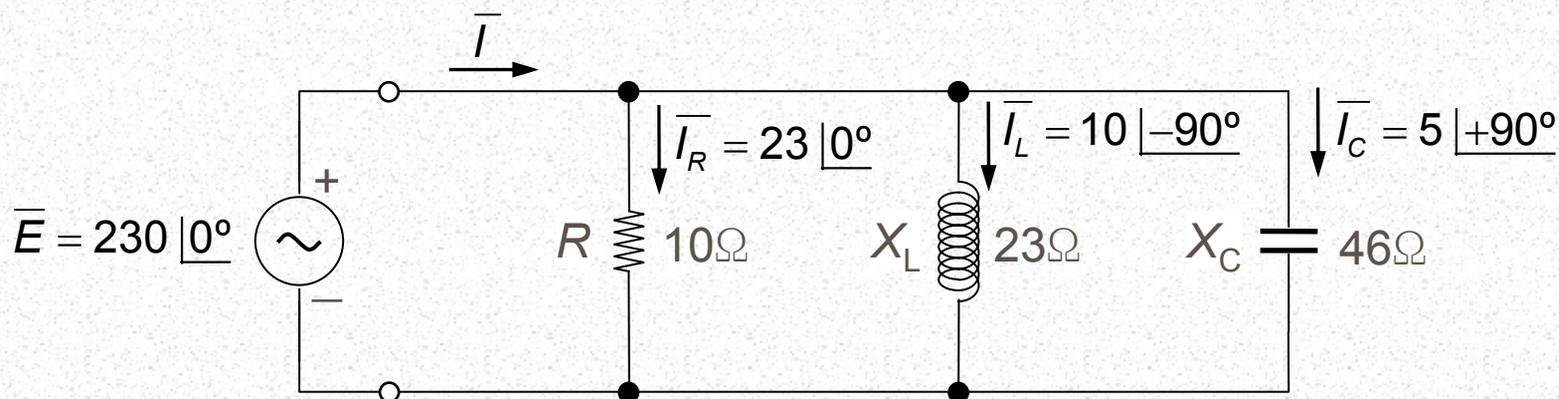


Diagrama de potências

■ Potência em Corrente Alternada

- Exemplo – No seguinte circuito pretende-se determinar:
a) a potência activa total; b) a potência reactiva total; c) a potência aparente total; d) o factor de potência do conjunto

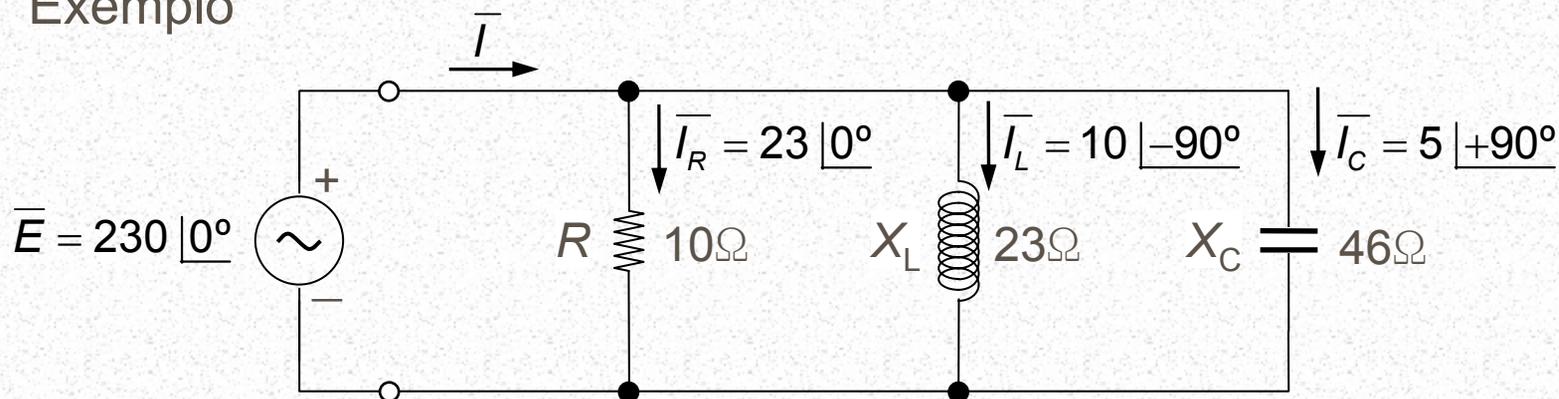


- A potência activa total é igual à potência dissipada no componente resistivo:

$$P_T = P_R = R I_R^2 = (23 \text{ A})^2 (10 \Omega) = 5290 \text{ W}$$

■ Potência em Corrente Alternada

■ Exemplo



- A potência reactiva pode ser calculada do seguinte modo:

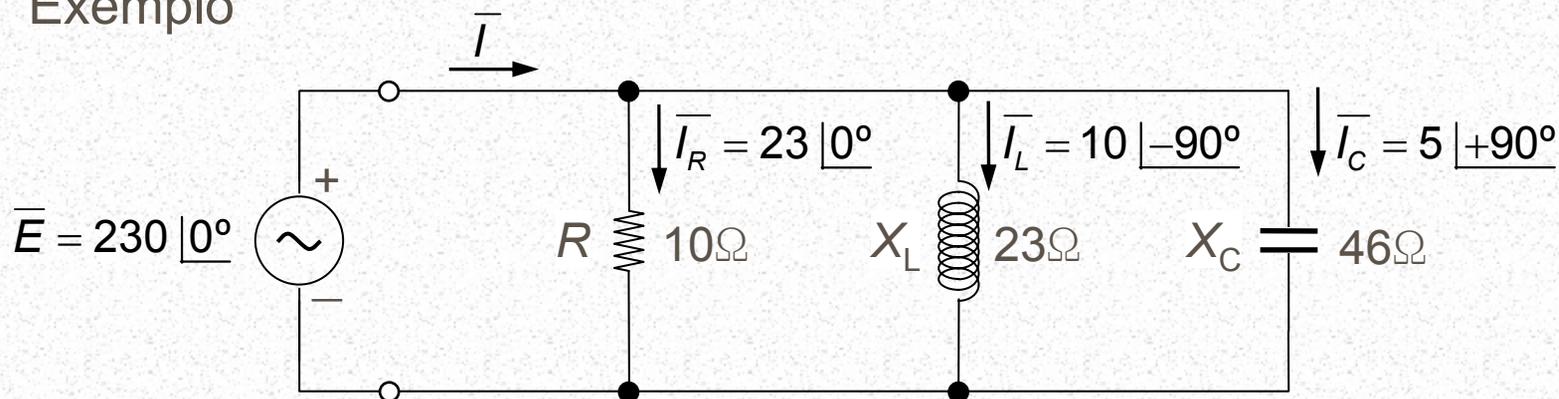
$$Q_C = X_C I_C^2 = (5 \text{ A})^2 (46 \Omega) = 1150 \text{ VAR (cap.)}$$

$$Q_L = X_L I_L^2 = (10 \text{ A})^2 (23 \Omega) = 2300 \text{ VAR (ind.)}$$

$$Q_T = Q_L - Q_C = 1150 \text{ VAR (ind.)}$$

■ Potência em Corrente Alternada

■ Exemplo



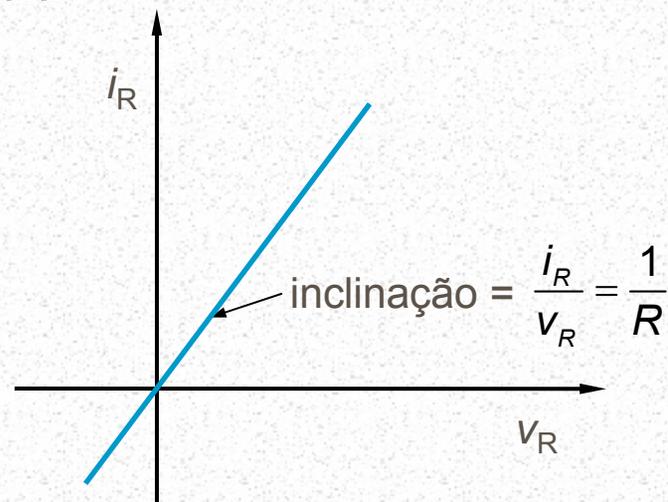
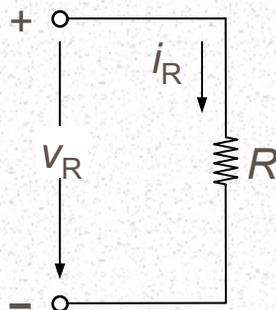
- A potência aparente é dada por:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{5290^2 + 1150^2} = 5414 \text{ VA}$$

- O factor de potência pode ser obtido do seguinte modo:

$$\cos(\theta) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{5290 \text{ W}}{5414 \text{ VA}} = 0.98 \text{ (ind.)}$$

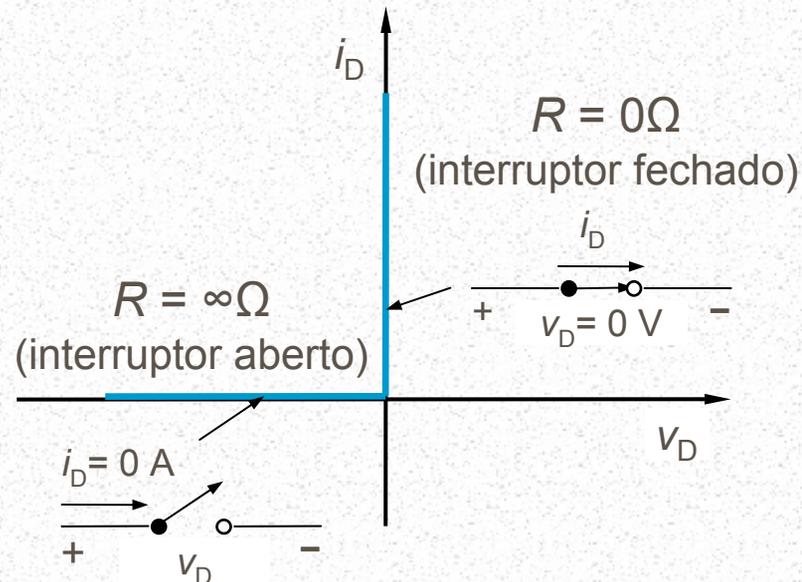
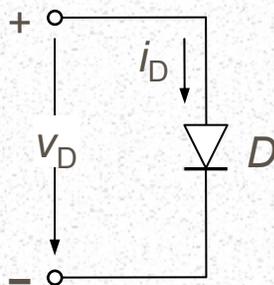
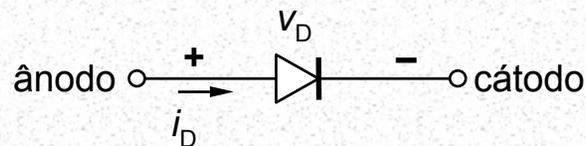
- Comportamento do Díodo Ideal
 - Característica $v-i$ da resistência



$$V_R = RI$$

■ Comportamento do Díodo Ideal

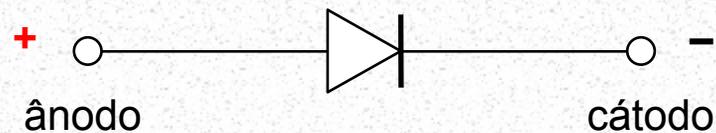
■ Característica $v-i$ do díodo



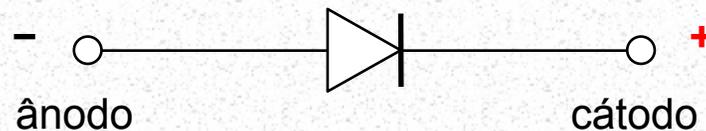
■ Comportamento do Díodo Ideal

■ Característica $v-i$ do díodo

Directamente polarizado



Inversamente polarizado



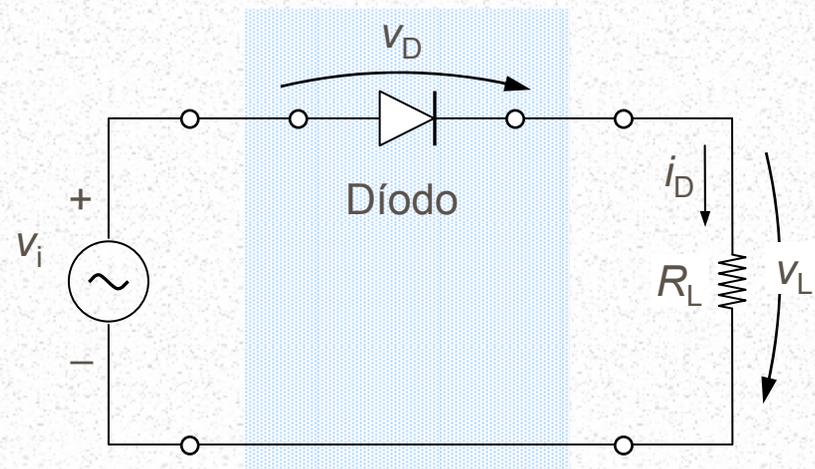
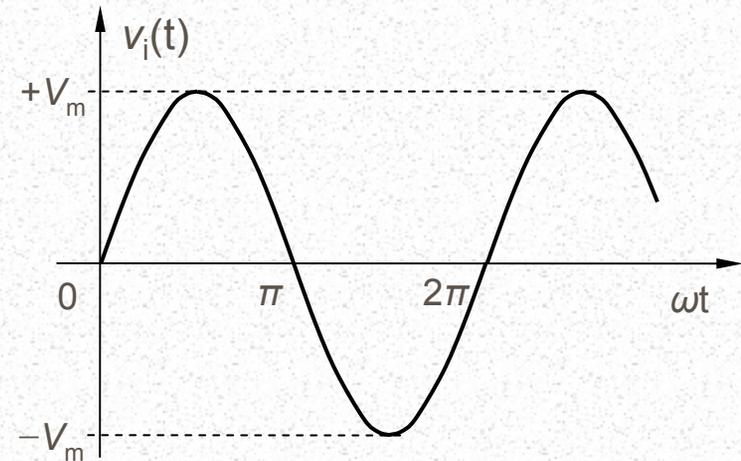
■ Comportamento do Díodo Ideal

■ Exemplo

$$v_i = V_m \text{sen}(\omega t)$$

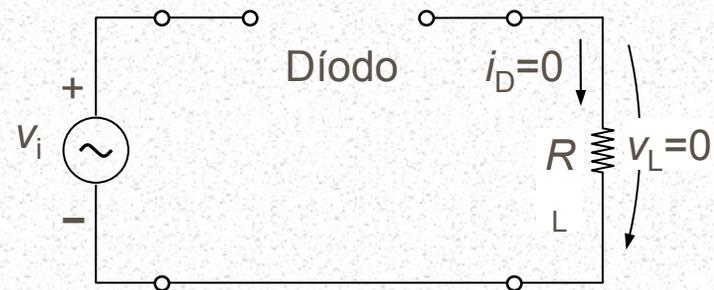
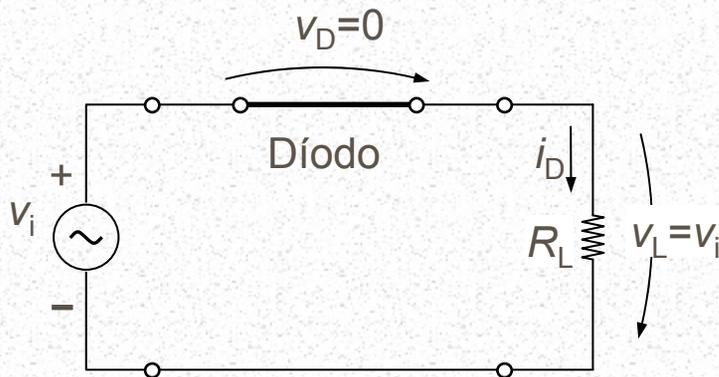
$$v_i(t) = v_D + v_L = v_D + R_L i_D$$

$$i_D = \frac{v_i - v_D}{R_L}$$



■ Comportamento do Díodo Ideal

■ Exemplo

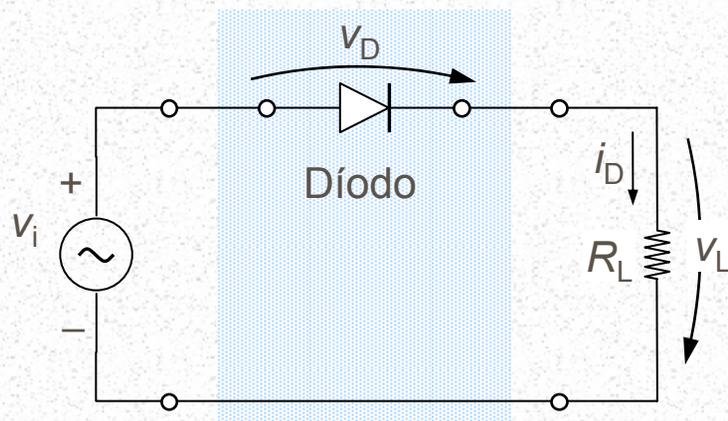


$$i_D = \begin{cases} \frac{v_i}{R_L} = \frac{V_m}{R_L} \text{sen}(\omega t) & \text{para } v_i > 0 \\ 0 & \text{para } v_i < 0 \end{cases}$$

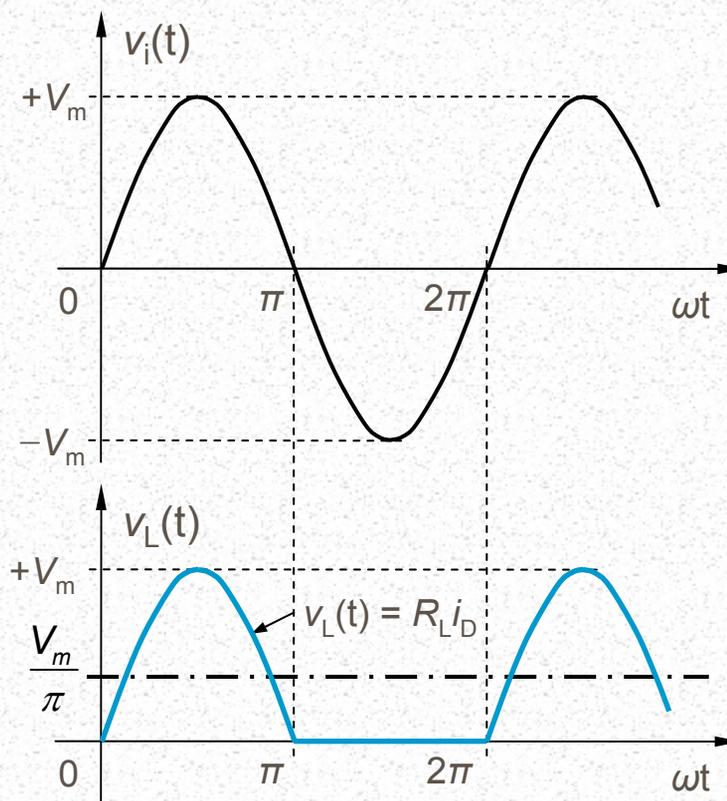
$$v_L = R_L i_D$$

■ Comportamento do Díodo Ideal

■ Exemplo

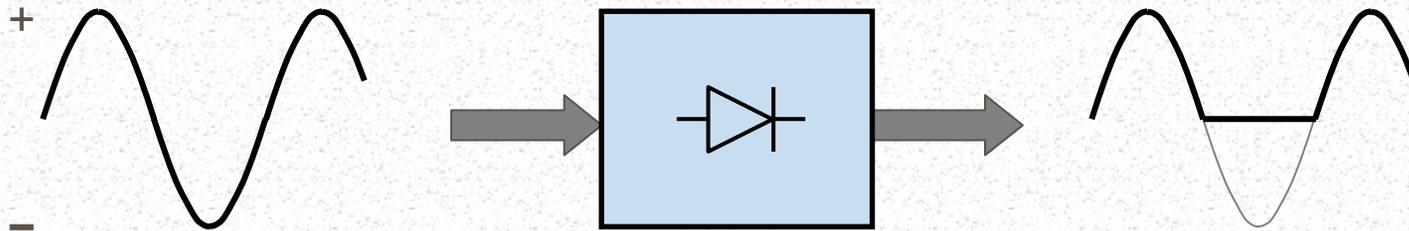


$$V_{L_{cc}} = \frac{1}{T} \int_0^T V_m \text{sen}(\omega t) dt = \frac{V_m}{\pi}$$



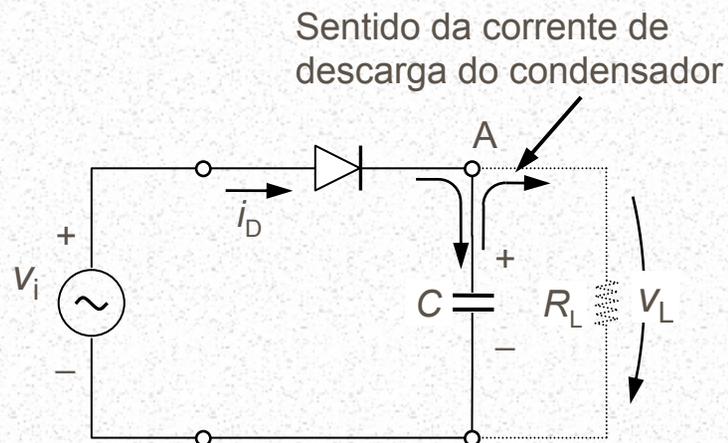
■ Comportamento do Díodo Ideal

■ Bloco Rectificador

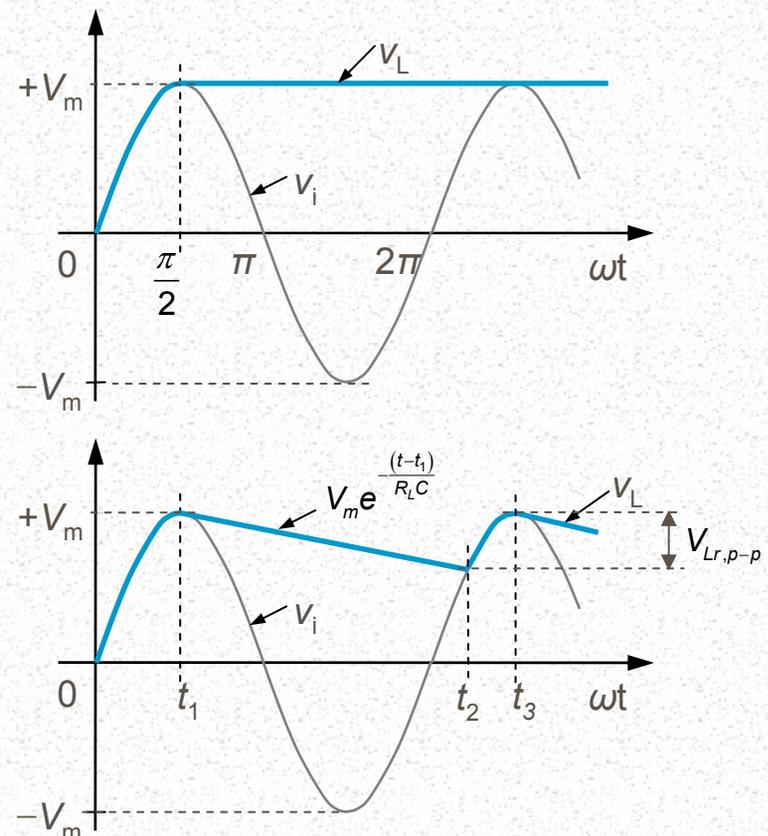


■ Comportamento do Díodo Ideal

■ Detector de Pico

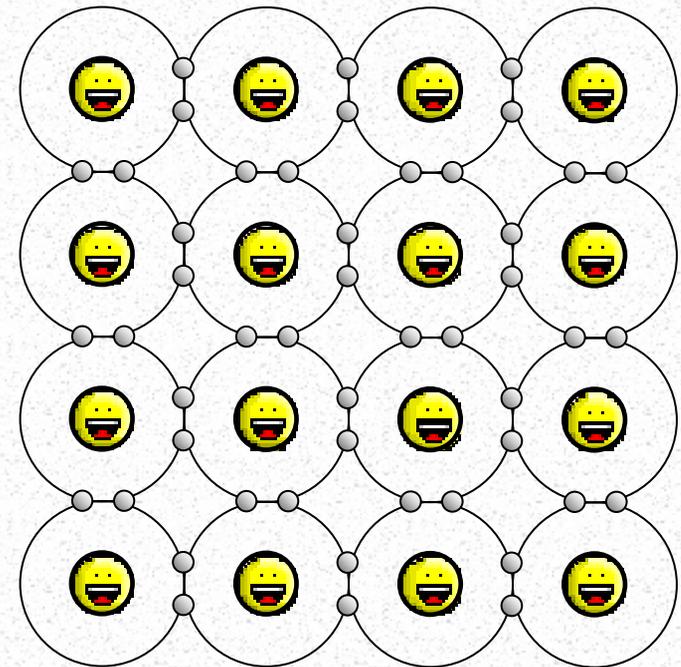
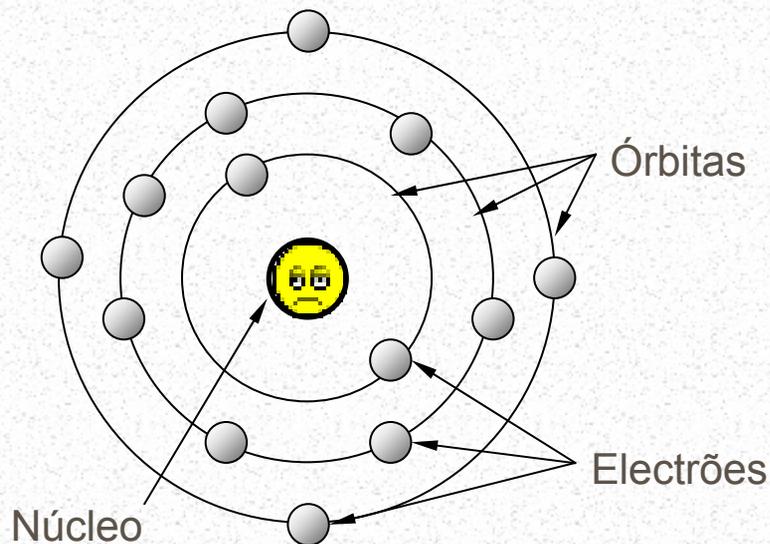


$$V_{Lcc} \approx V_m - \frac{1}{2} V_{Lr,p-p} = V_m \left(1 - \frac{V_m}{2f \cdot R_L C} \right)$$



- Princípios de física dos semicondutores
 - Funcionamento do díodo semiconductor – junção P-N

Átomo de silício

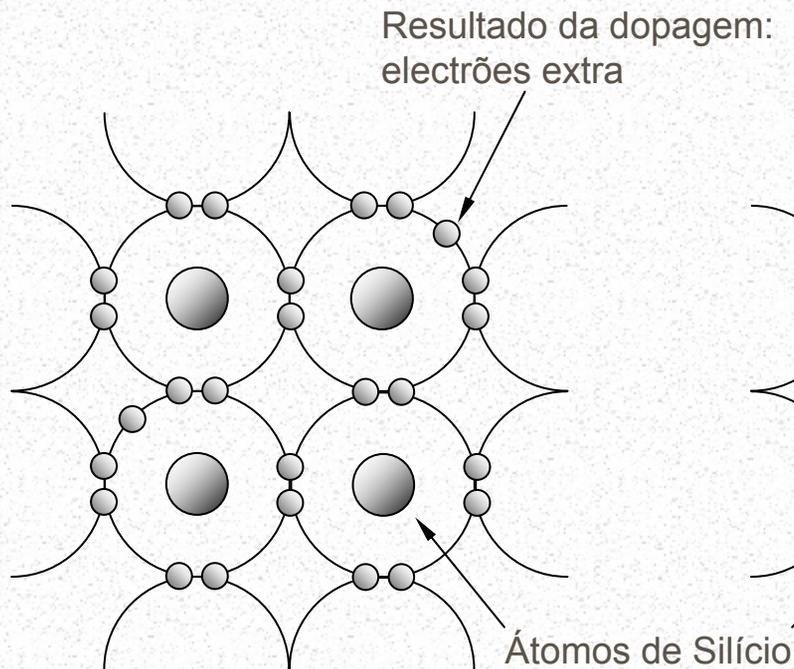


Cristal de silício (estrutura)

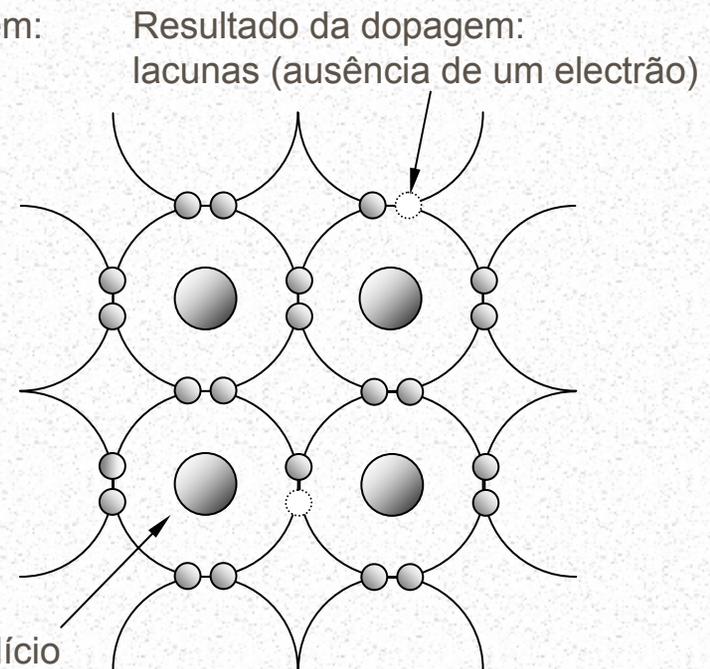
■ Princípios de Física dos Semicondutores

■ Funcionamento do díodo semicondutor – junção P-N

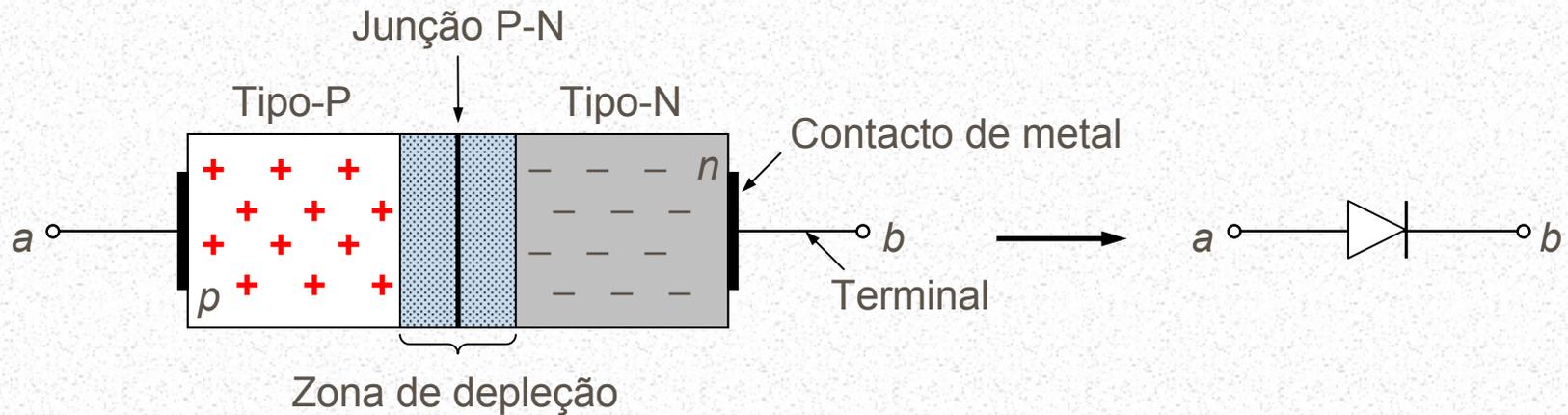
Semicondutor tipo-N



Semicondutor tipo-P

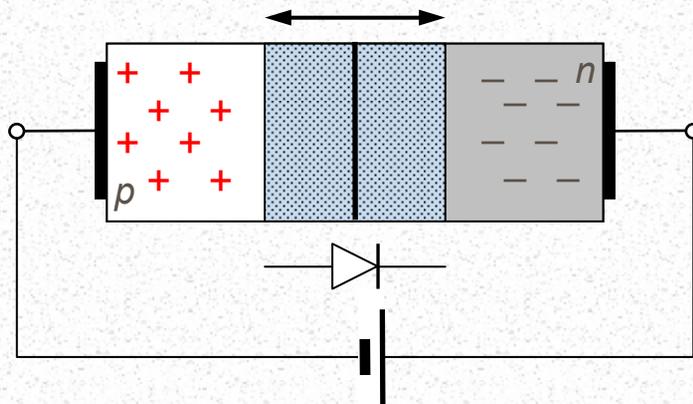


- Princípios de Física dos Semicondutores
 - Funcionamento da junção P-N

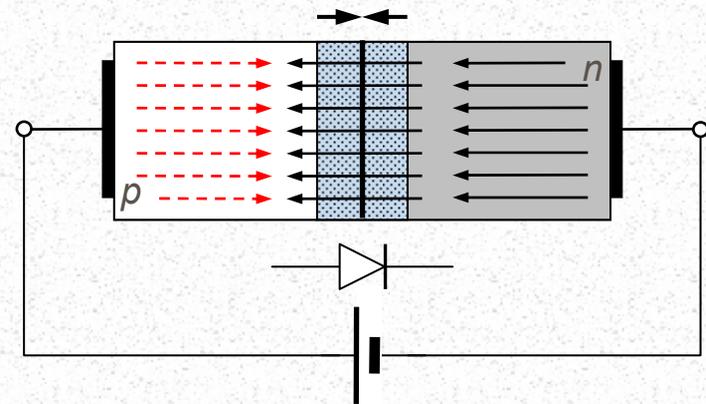


- Princípios de Física dos Semicondutores
 - Funcionamento da junção P-N

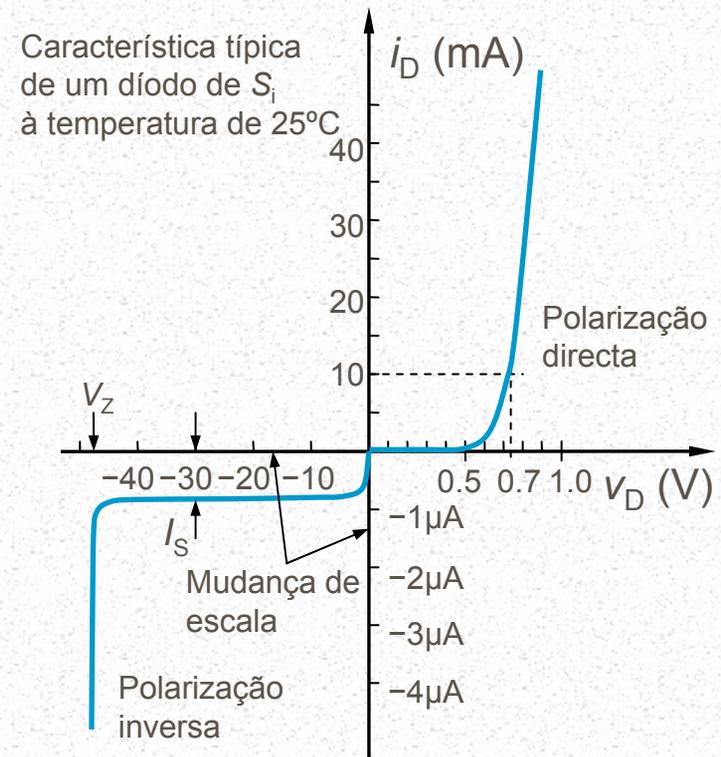
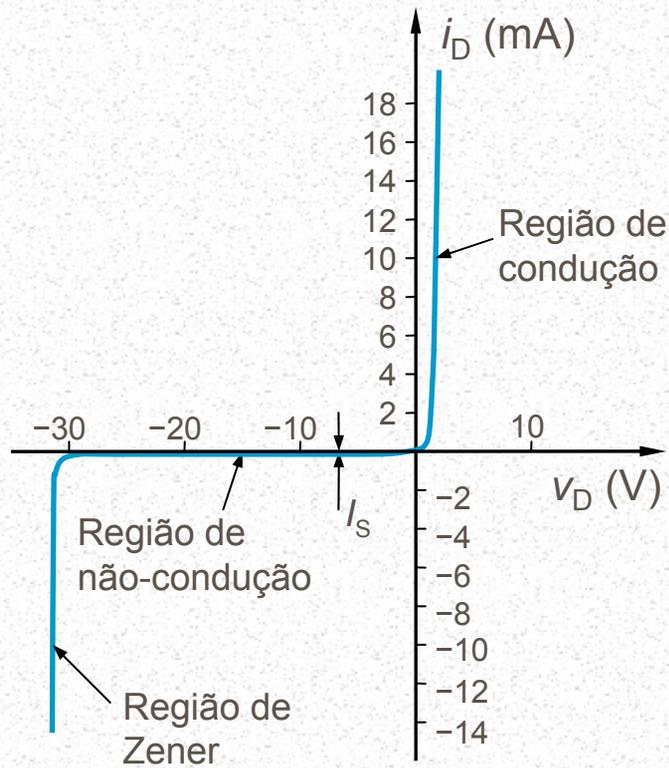
Junção inversamente polarizada



Junção directamente polarizada



■ Característica $V-I$ do Díodo Semicondutor



■ Característica $V-I$ do Díodo Semicondutor

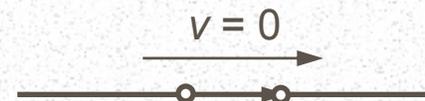
Desligado



Interruptor ideal

$$p = v \cdot i = v \cdot 0A = 0 \text{ W}$$

Ligado



Interruptor ideal

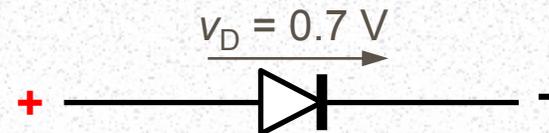
$$p = v \cdot i = 0V \cdot i = 0 \text{ W}$$

Inversamente polarizado



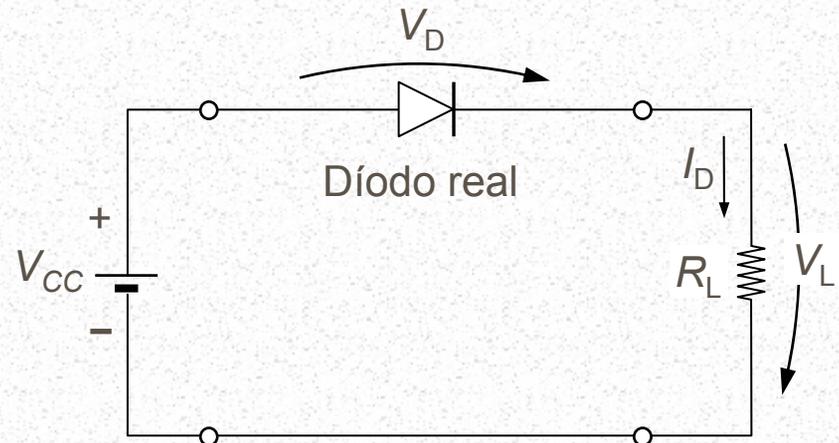
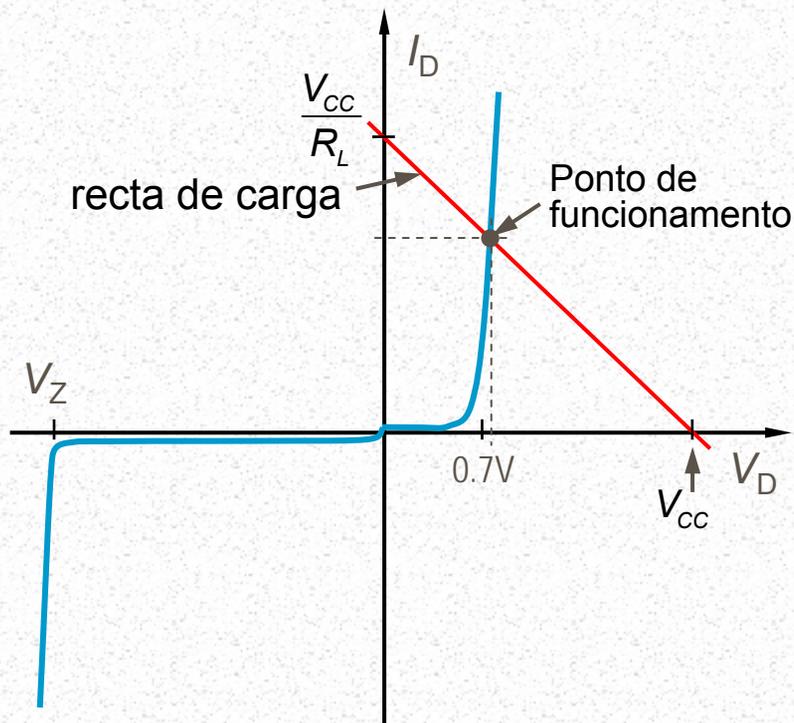
$$p_D = v_D \cdot i_D \approx v_D \cdot 0A = 0 \text{ W}$$

Directamente polarizado



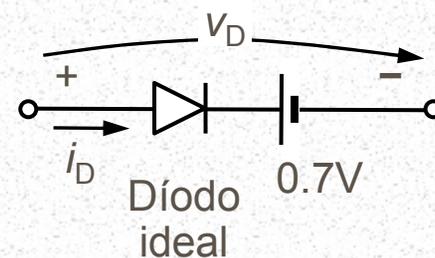
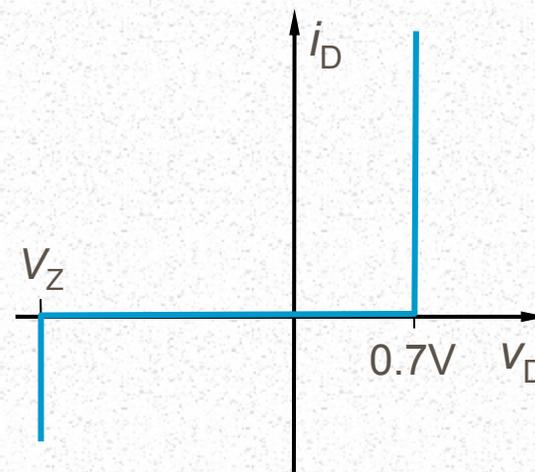
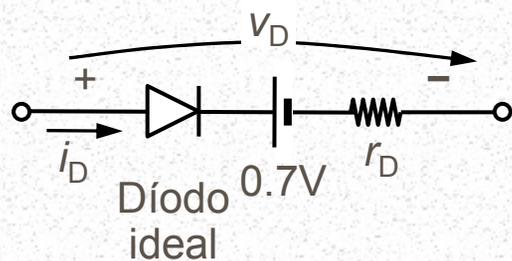
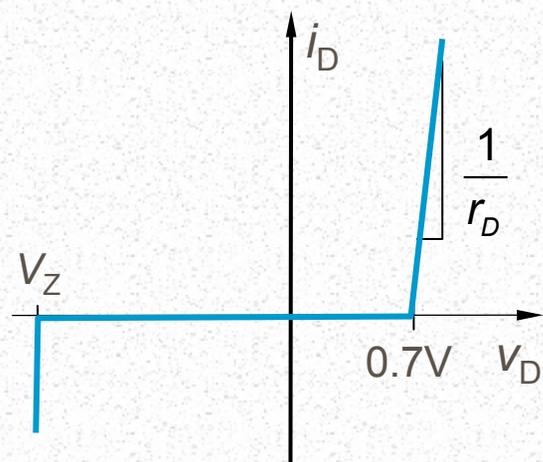
$$p_D = v_D \cdot i_D \approx 0.7V \cdot i_D$$

■ Polarização do Díodo Semicondutor

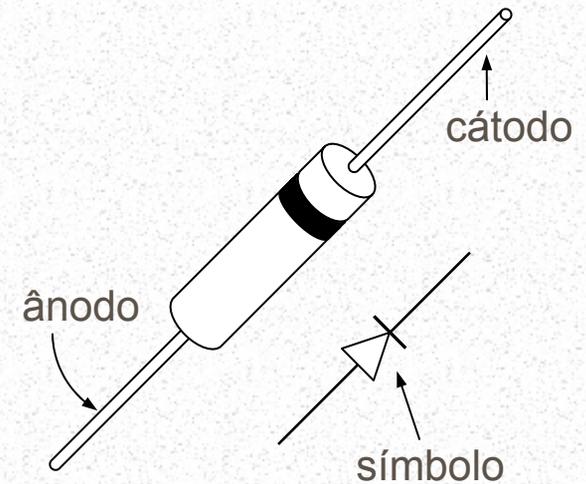
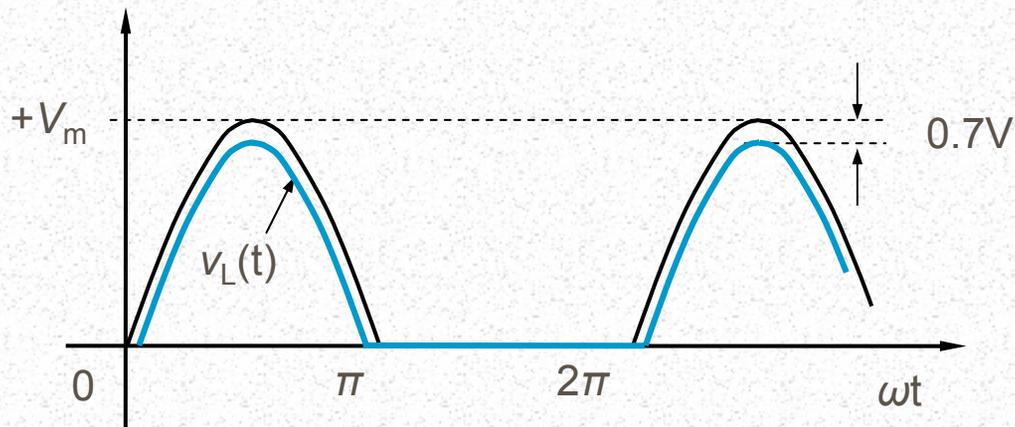


$$V_{CC} = R_L I_D + V_D \rightarrow \text{Recta de carga}$$

■ Aproximações da Característica V - I do Díodo Semicondutor



■ Comportamento do Díodo Semicondutor



■ Tipos de Díodos

Pequenos Sinais



Díodo de Zener



Emissor de Luz (LED)

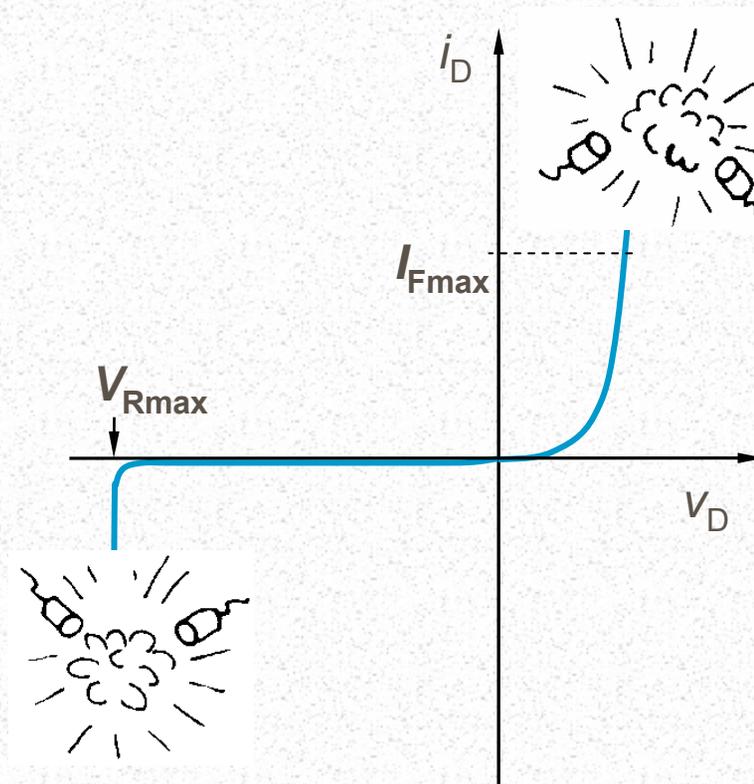
Díodo de Potência



Fotodíodo

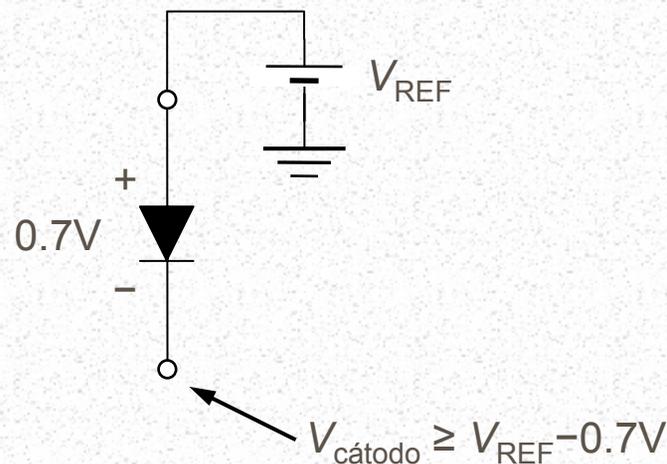
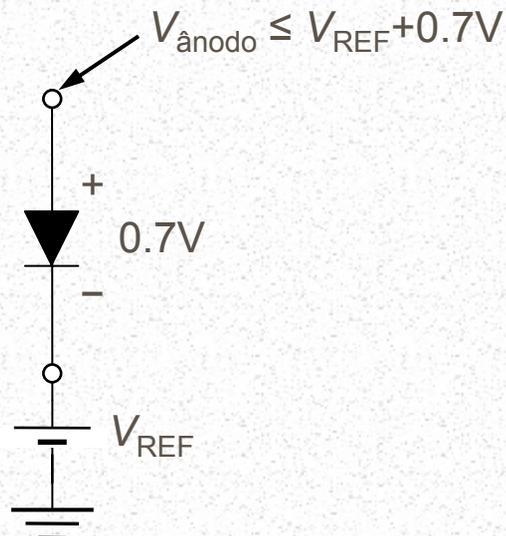


■ Limites de Operação dos Díodos

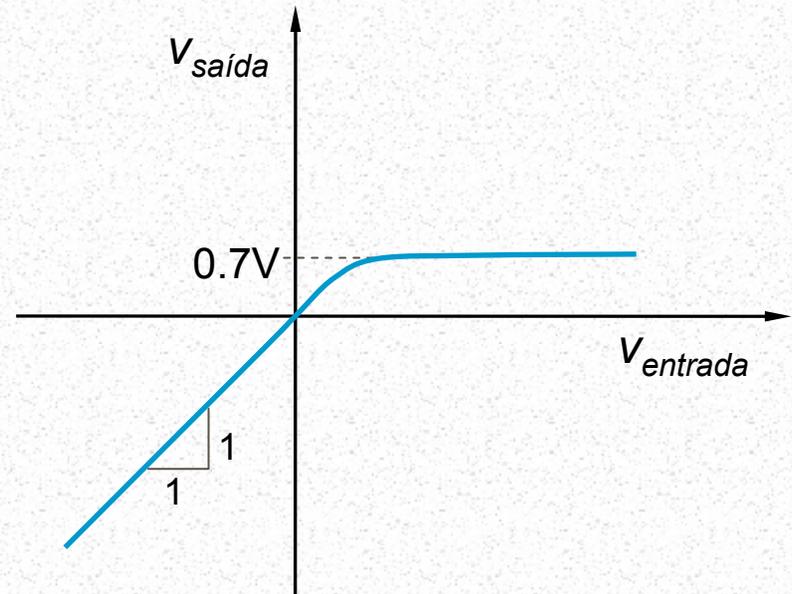
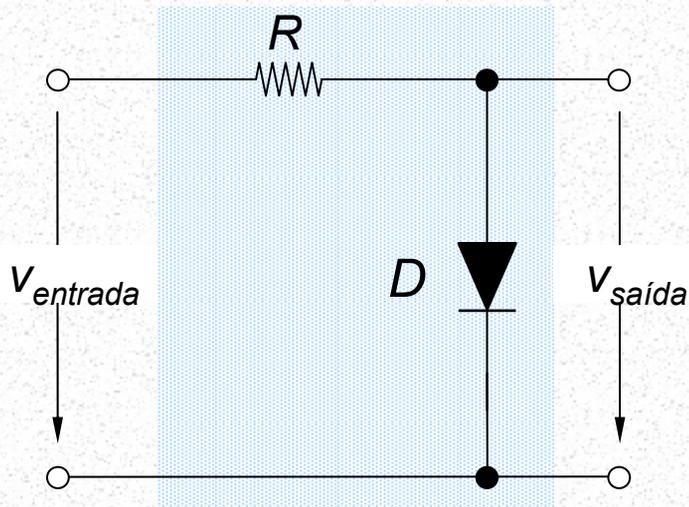


■ Circuitos Limitadores (ou *Clipping*)

- Permitem limitar a tensão em determinados pontos de um circuito
- Permitem alterar a forma de onda de um sinal



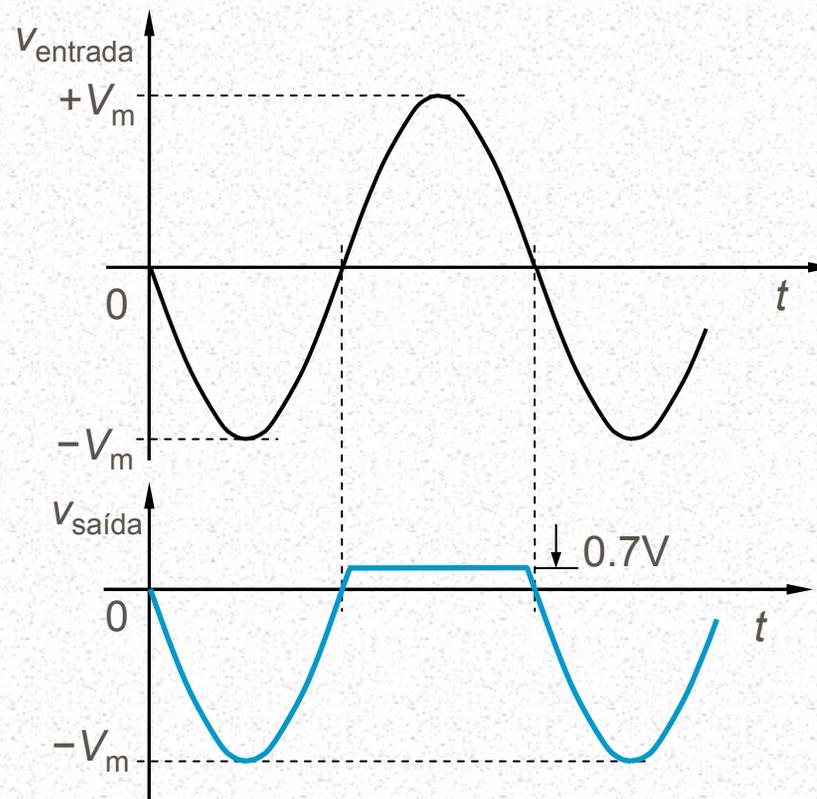
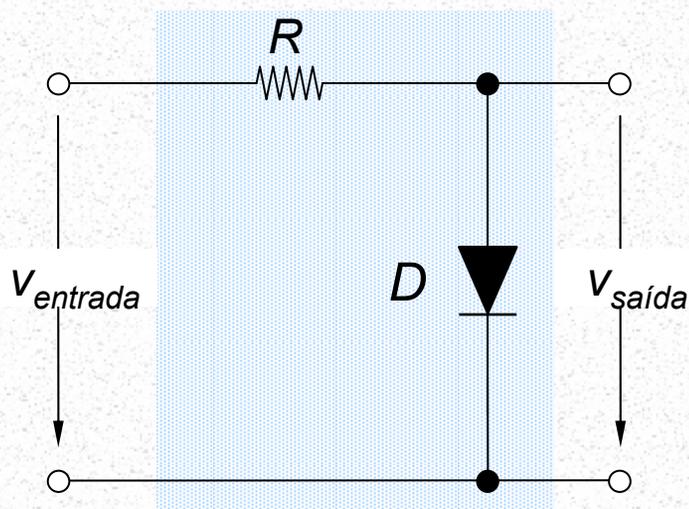
■ Circuitos Limitadores



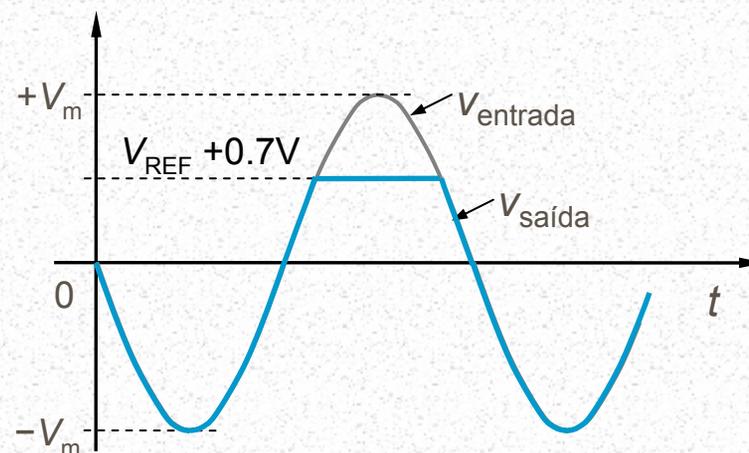
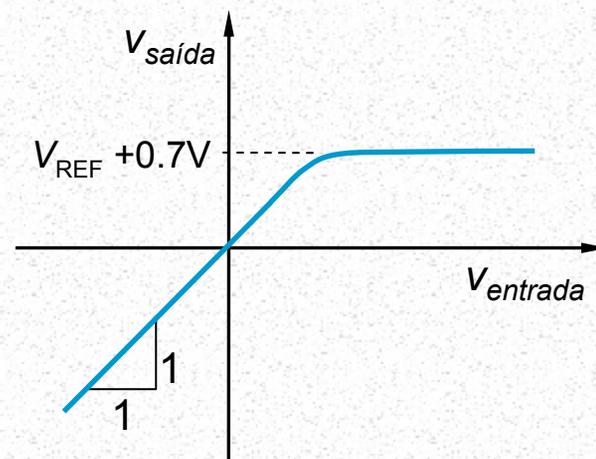
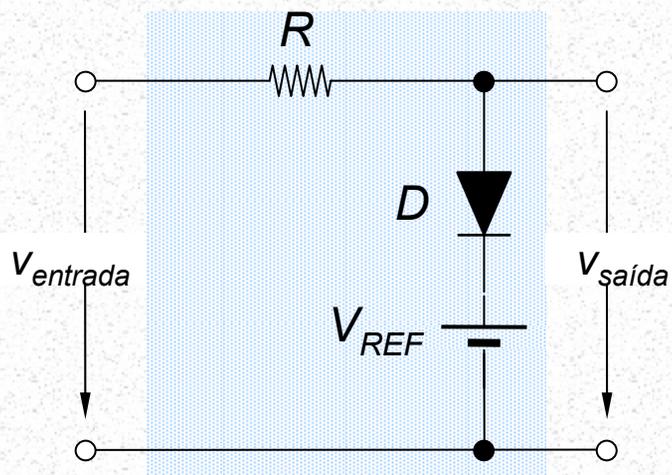
Característica de transferência

$$\begin{aligned} V_{\text{entrada}} < 0.7 \text{ V} &\rightarrow V_{\text{saida}} = V_{\text{entrada}} \\ V_{\text{entrada}} \geq 0.7 \text{ V} &\rightarrow V_{\text{saida}} = 0.7 \text{ V} \end{aligned}$$

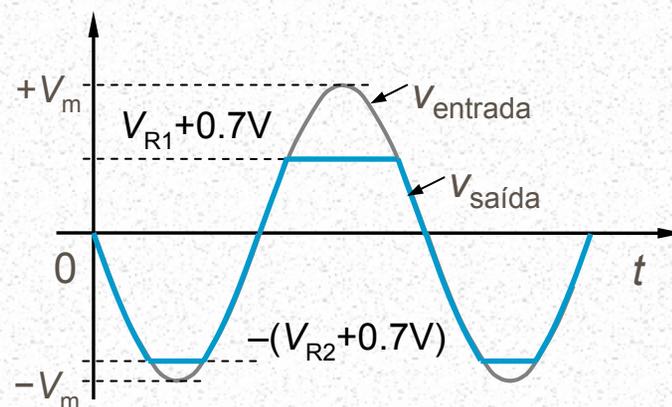
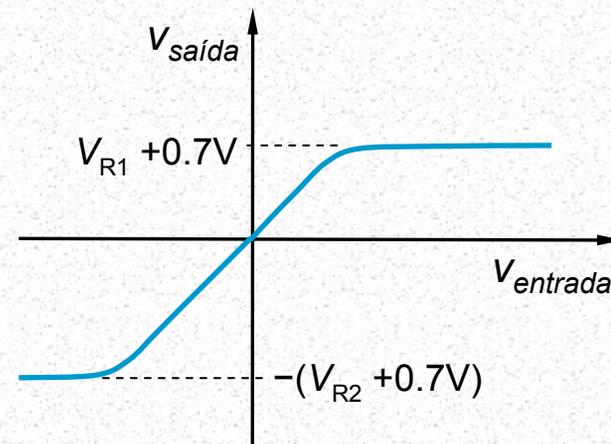
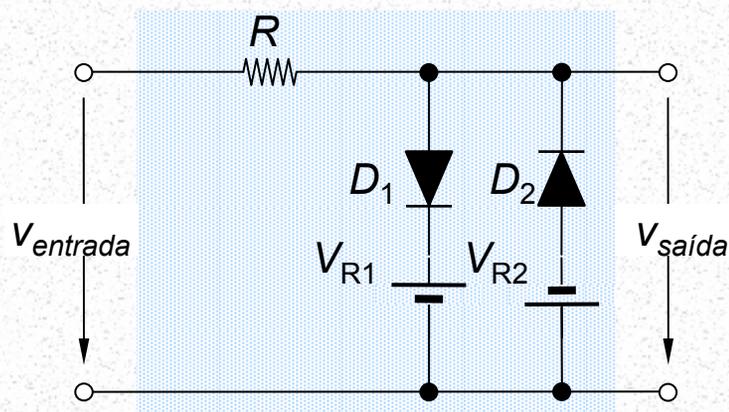
■ Circuitos Limitadores

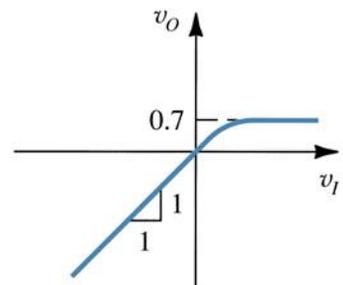
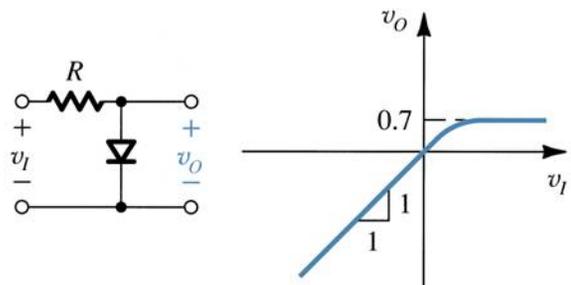


■ Limitadores Polarizados

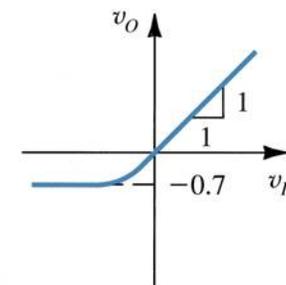
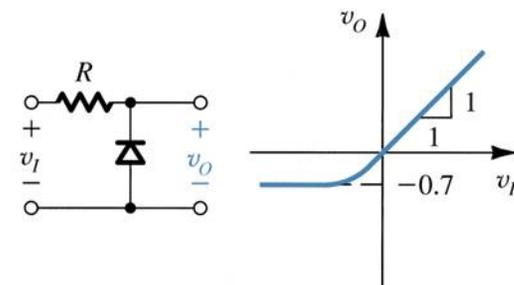


■ Limitação a 2 Níveis

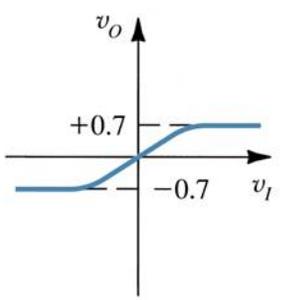
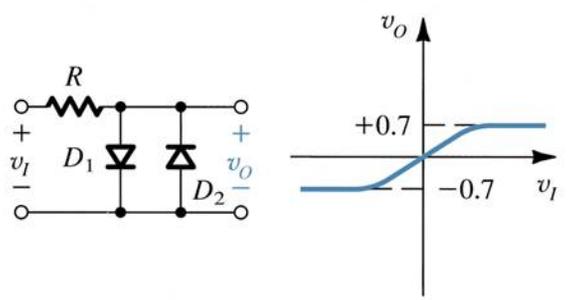




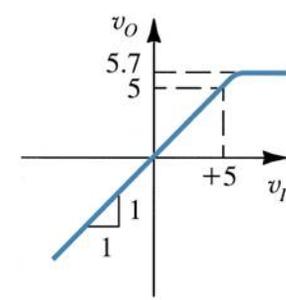
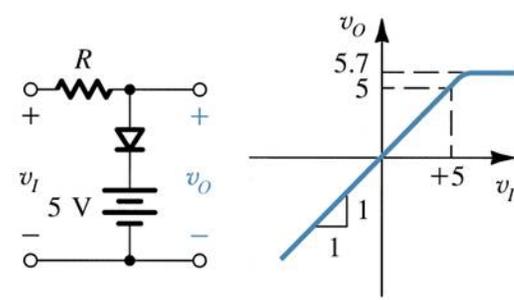
(a)



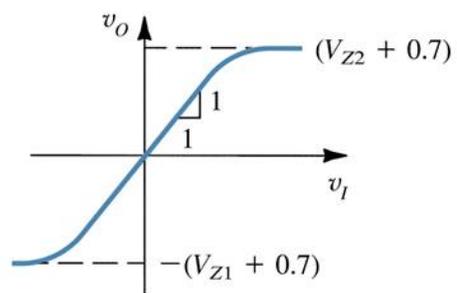
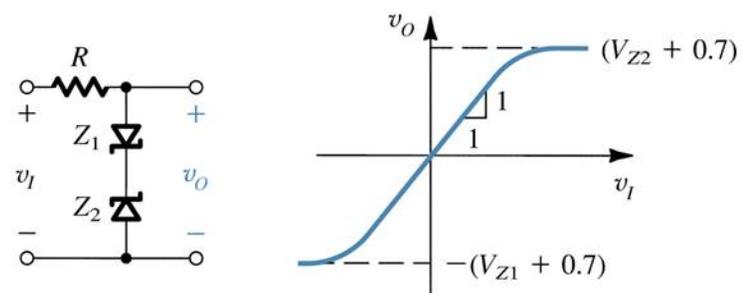
(b)



(c)

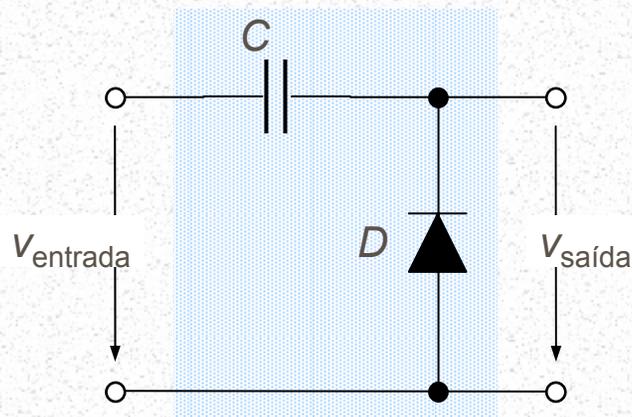


(d)

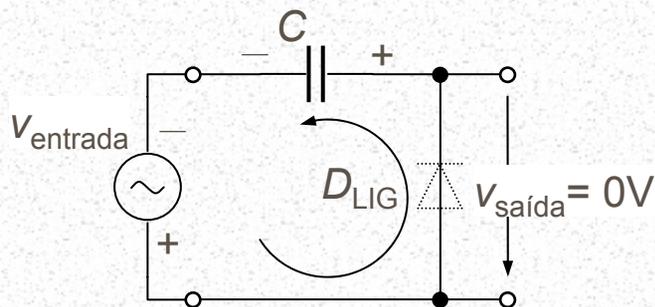


(e)

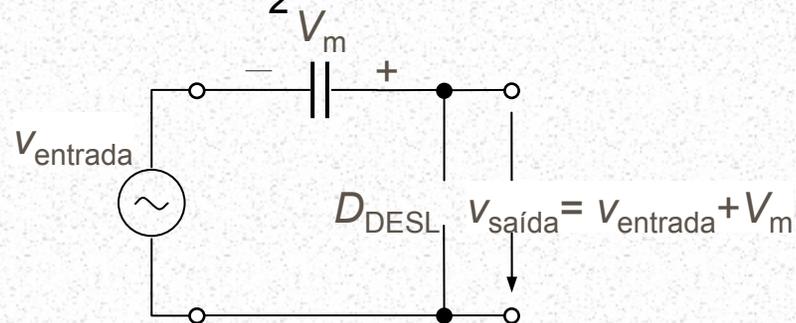
■ Circuitos Fixadores (ou *Clamping*)



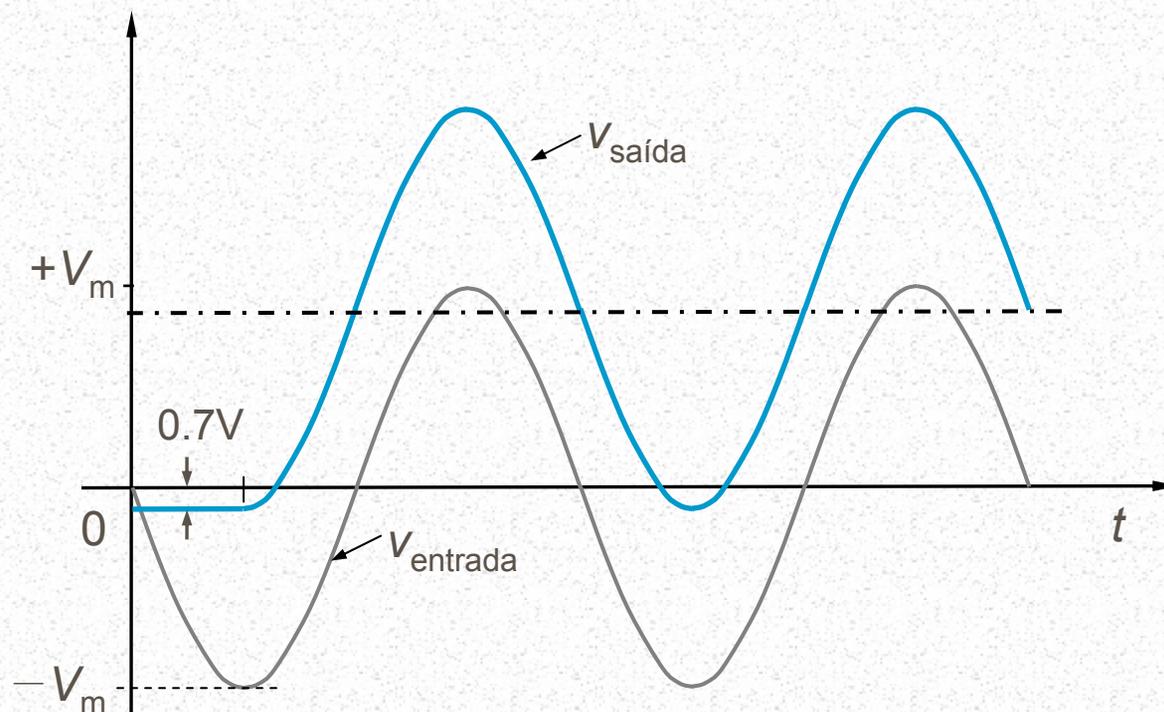
$v_{entrada} \leq \frac{\pi}{2}$ (diodo conduz)



$v_{entrada} > \frac{\pi}{2}$ (diodo não conduz)

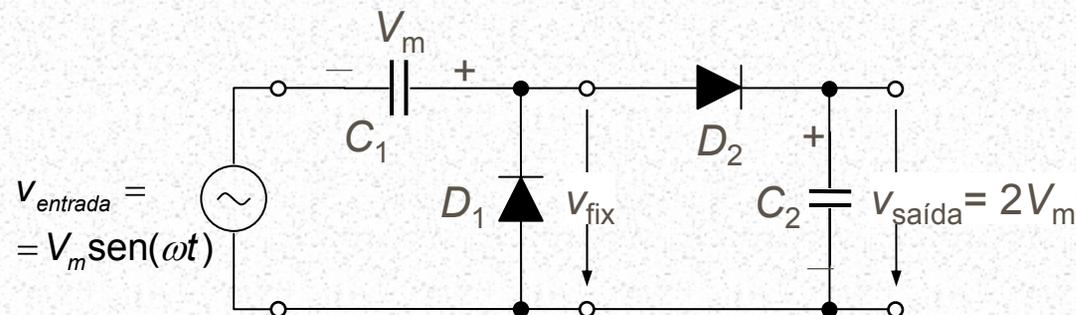


■ Circuitos Fixadores

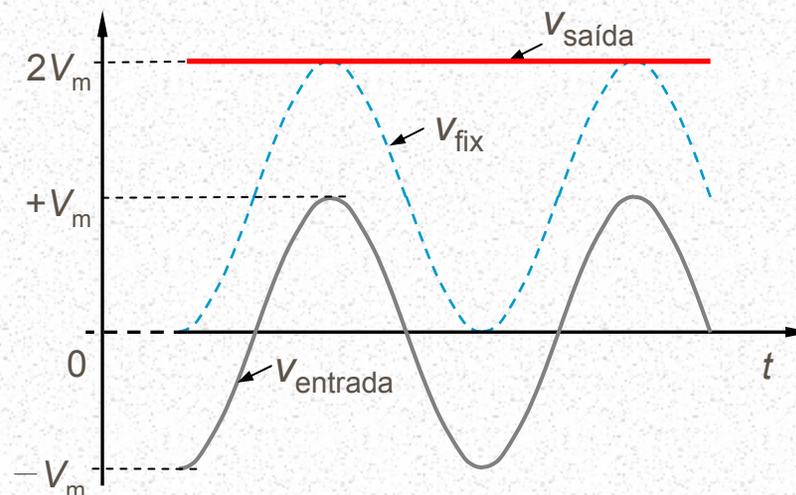


Fixador – formas de onda admitindo díodo real

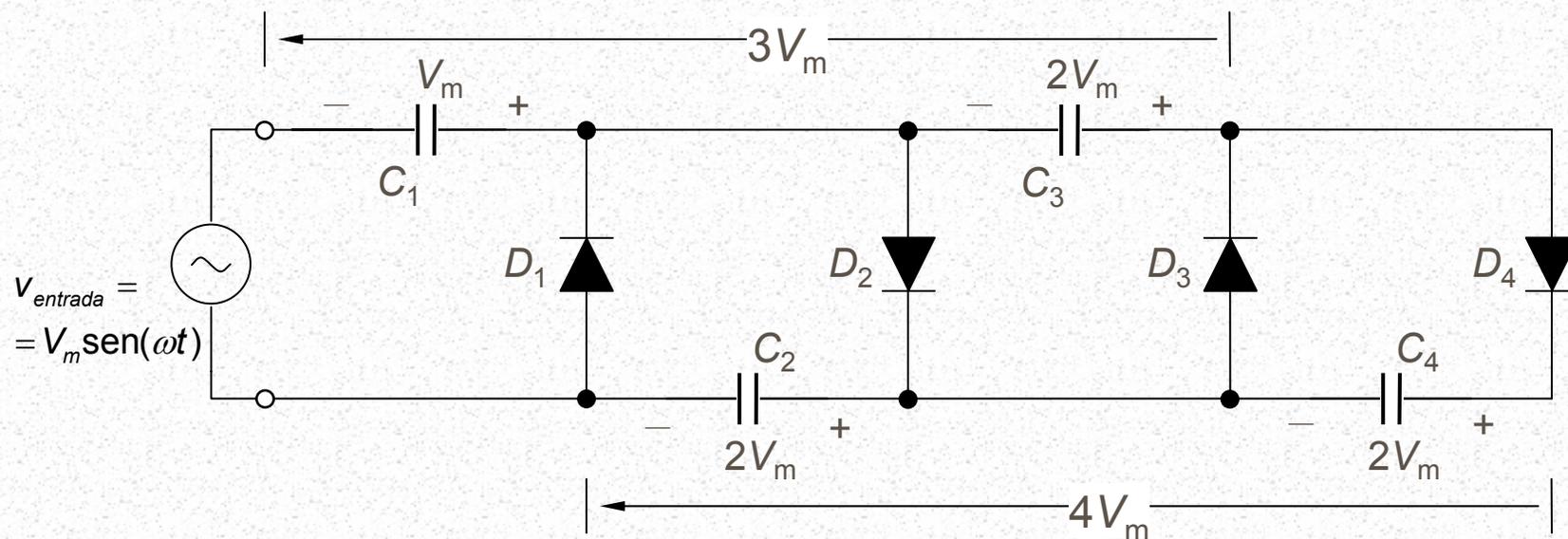
■ Detector Pico-a-Pico (ou duplicador de tensão)



Duplicador – formas de onda admitindo diodo ideal (reg. permanente)



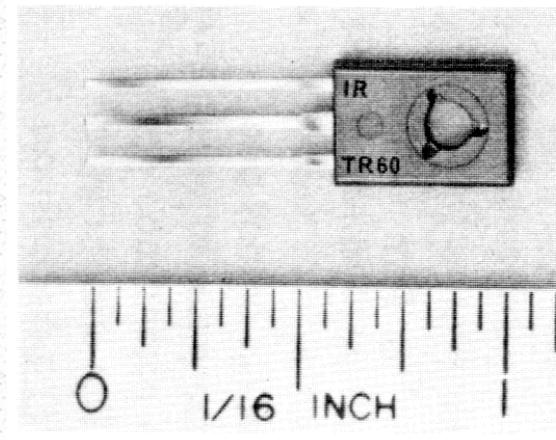
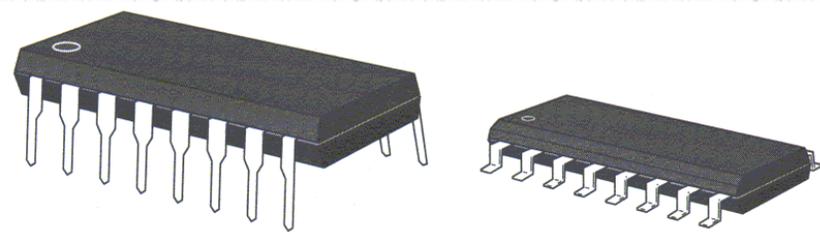
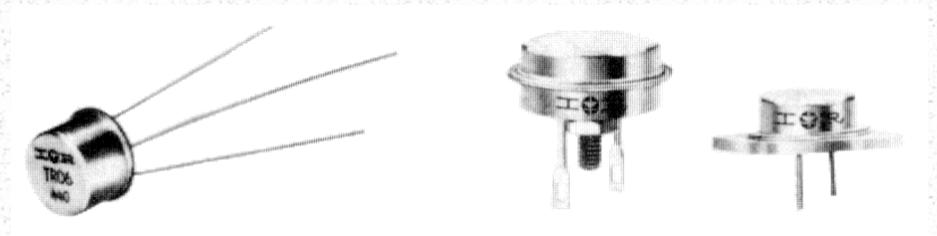
■ Detector Pico-a-Pico (ou duplicador de tensão)



Transístor Bipolar

■ Tipos de Transístores

- Bipolares (BJT)
- Efeito de Campo (FET)



The Nobel Prize in Physics 1956

"for their researches on semiconductors and their discovery of the transistor effect"



William Bradford Shockley

USA

Semiconductor Laboratory of Beckman
Instruments, Inc.
Mountain View, CA, USA

b. 1910 (in London, United Kingdom)
d. 1989



John Bardeen

USA

University of Illinois
Urbana, IL, USA

b. 1908
d. 1991



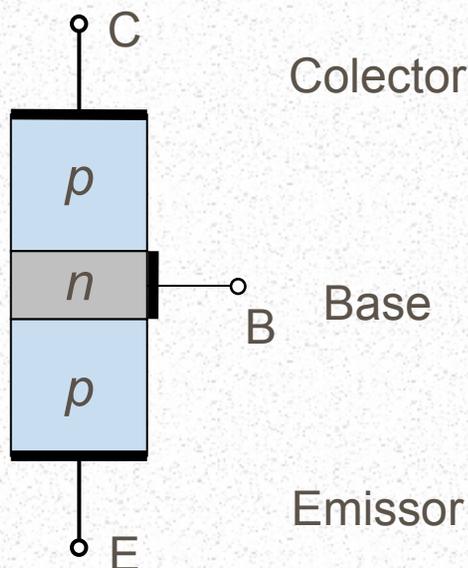
Walter Houser Brattain

USA

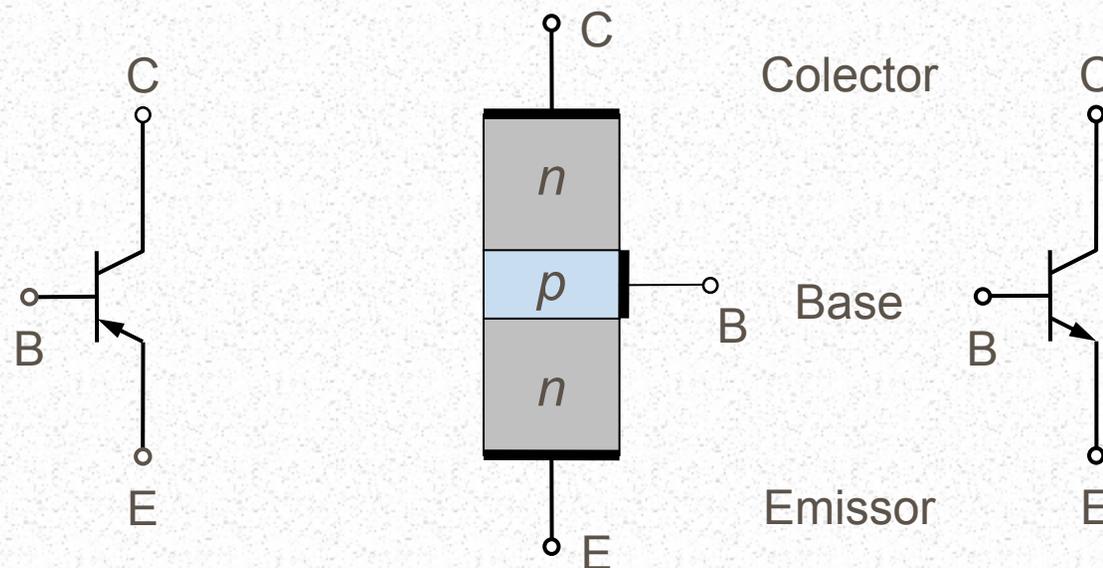
Bell Telephone Laboratories
Murray Hill, NJ, USA

b. 1902
d. 1987

■ Construção e Funcionamento do Transístor Bipolar

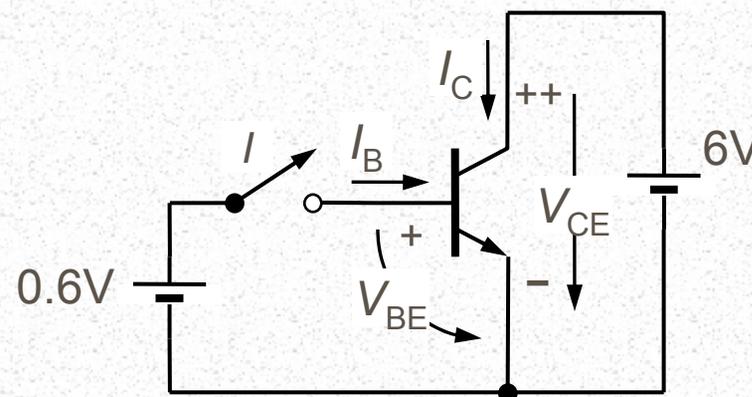
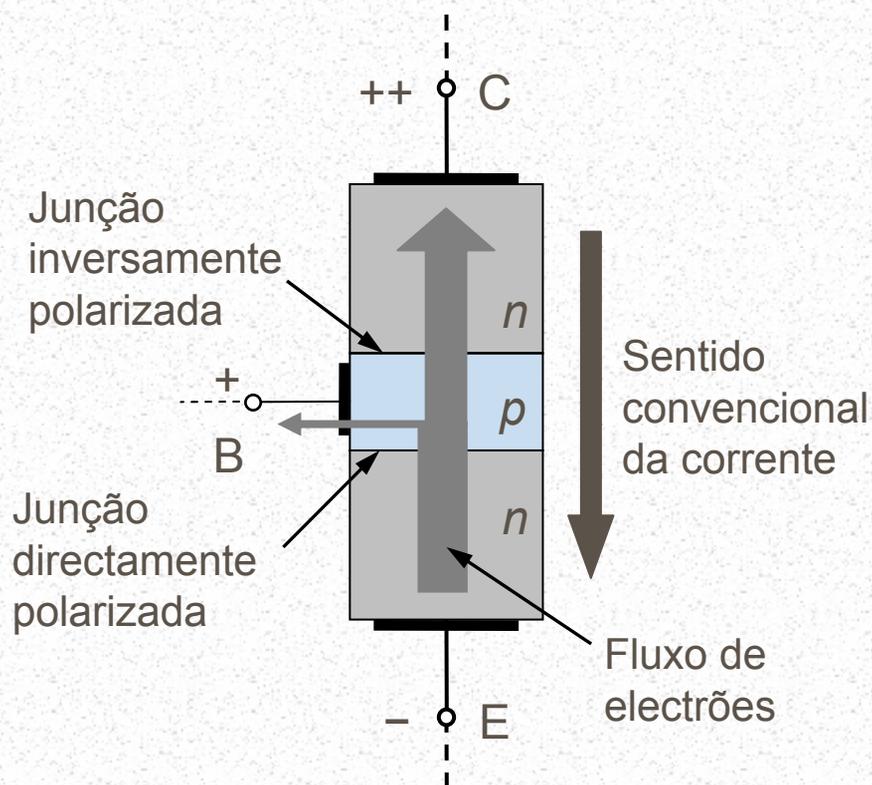


PNP



NPN

■ Construção e Funcionamento do Transístor Bipolar

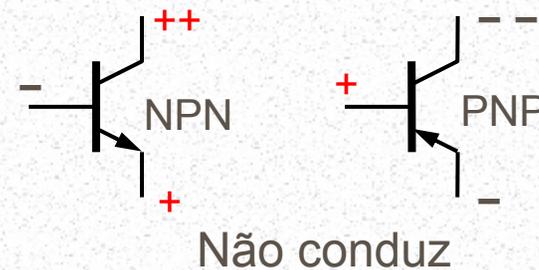
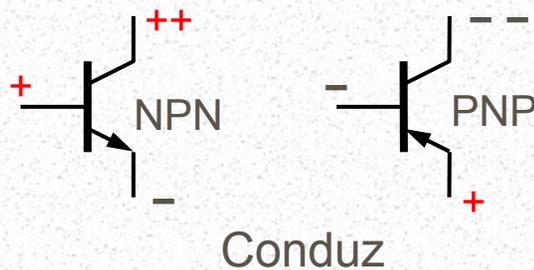


■ Construção e Funcionamento do Transístor Bipolar

... O transístor bipolar é, basicamente (pelo seu princípio de funcionamento), um amplificador de corrente ...

$$h_{FE} = \frac{I_C}{I_B} \rightarrow \text{Ganho em corrente contínua (também designado por } \beta)$$

$$I_E = I_C + I_B \approx I_C \quad (\text{uma vez que } I_C \gg I_B)$$



■ Polarização do Transístor

$$V_{BB} = R_B I_B + V_{BE} \rightarrow 1V \approx 10k\Omega \times I_B + 0.6V$$

$$\rightarrow I_B = \frac{1V - 0.6V}{10k\Omega} = 40\mu A$$

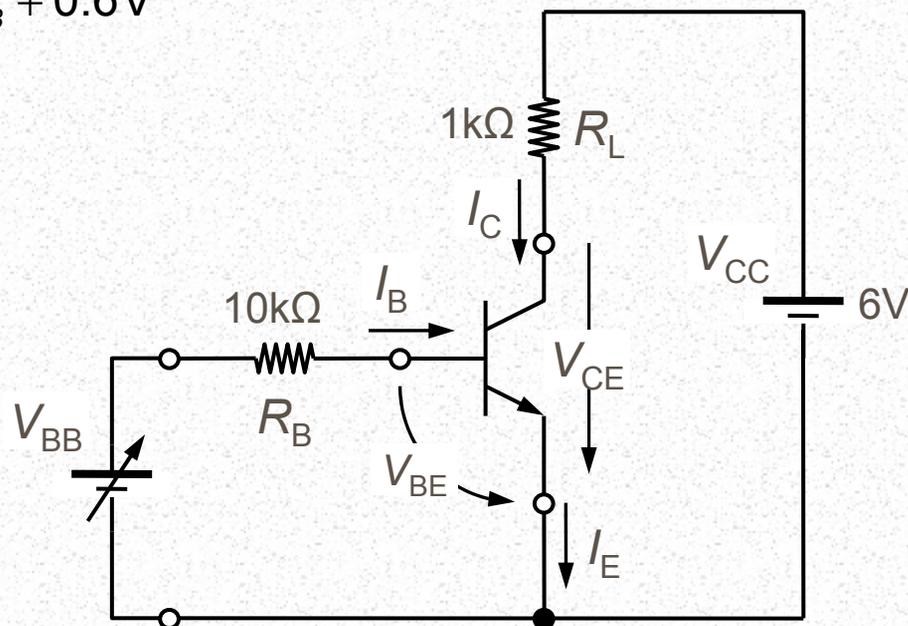
$$I_C = h_{FE} I_B = 100 \times 40\mu A = 4mA$$

$$I_E = I_C + I_B = 4.04mA (\approx 4mA)$$

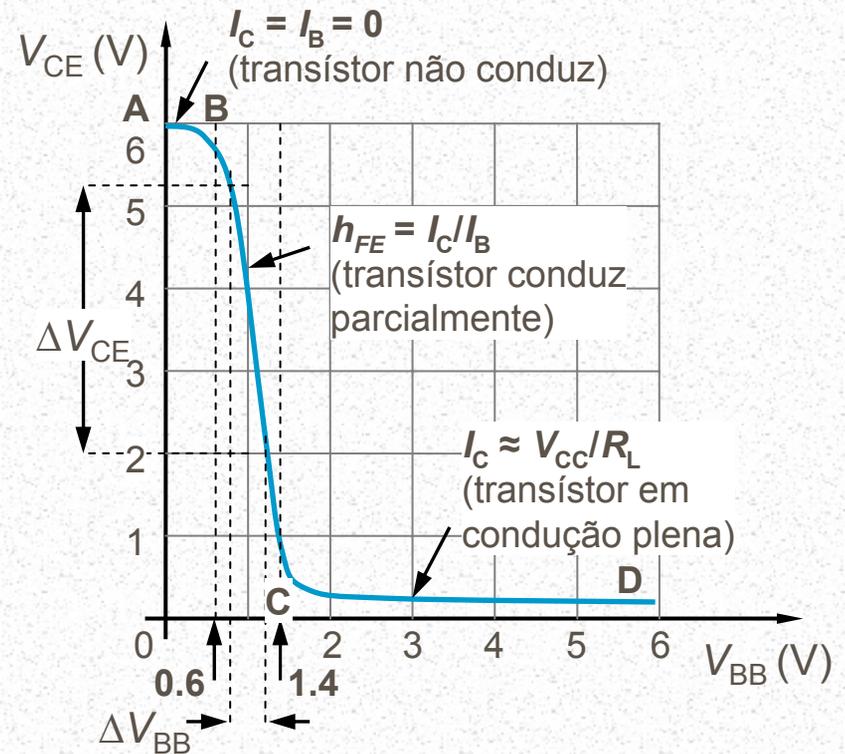
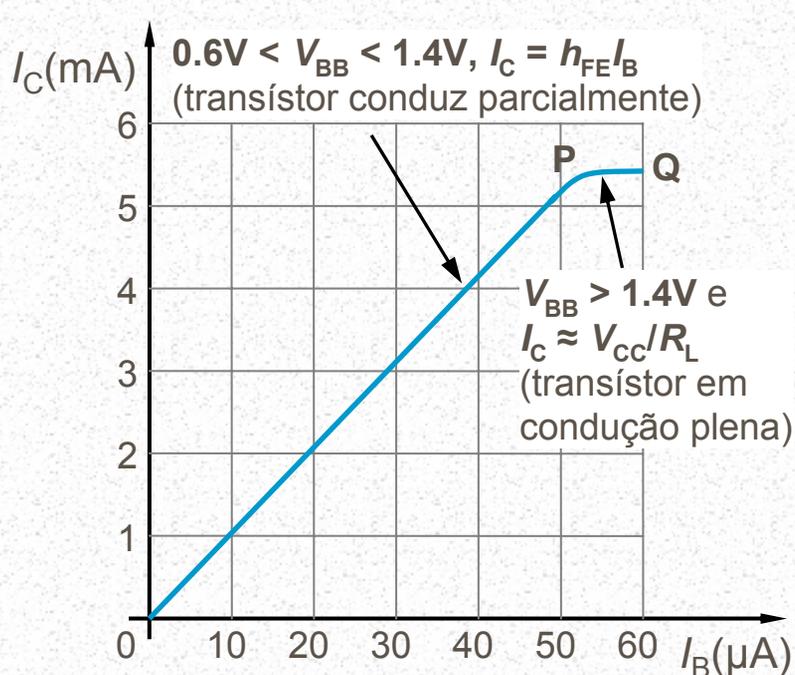
$$V_{CC} = R_L I_C + V_{CE}$$

$$6V = 1k\Omega \times 4mA + V_{CE}$$

$$\rightarrow V_{CE} = 2V$$

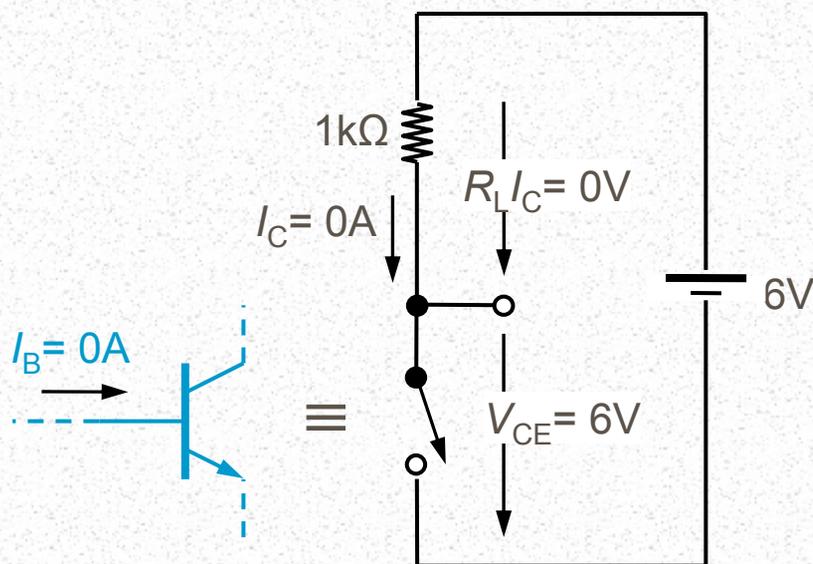


■ Polarização do Transístor



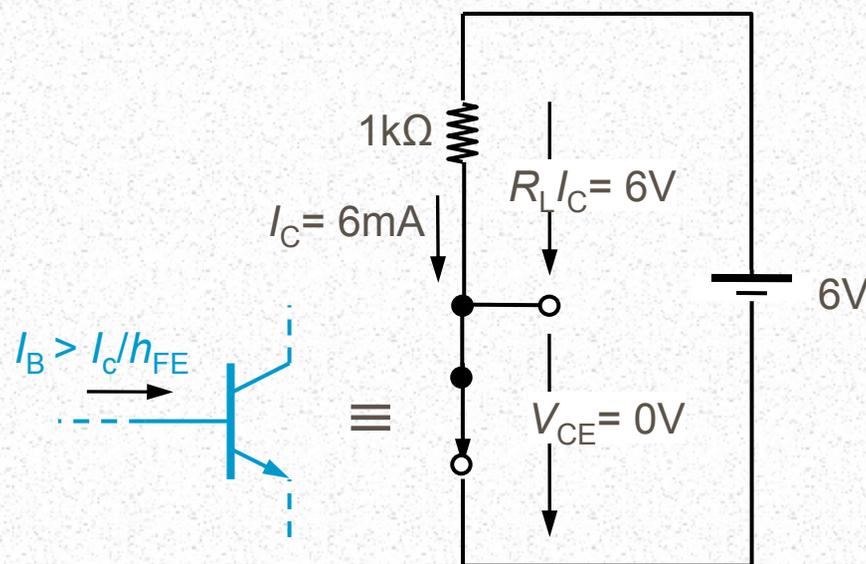
$$V_{BB} \uparrow \rightarrow I_B \uparrow \rightarrow I_C \uparrow \rightarrow \downarrow V_{CE} = V_{CC} - R_L I_C \uparrow$$

■ Funcionamento como Interruptor Electrónico



Transistor desligado

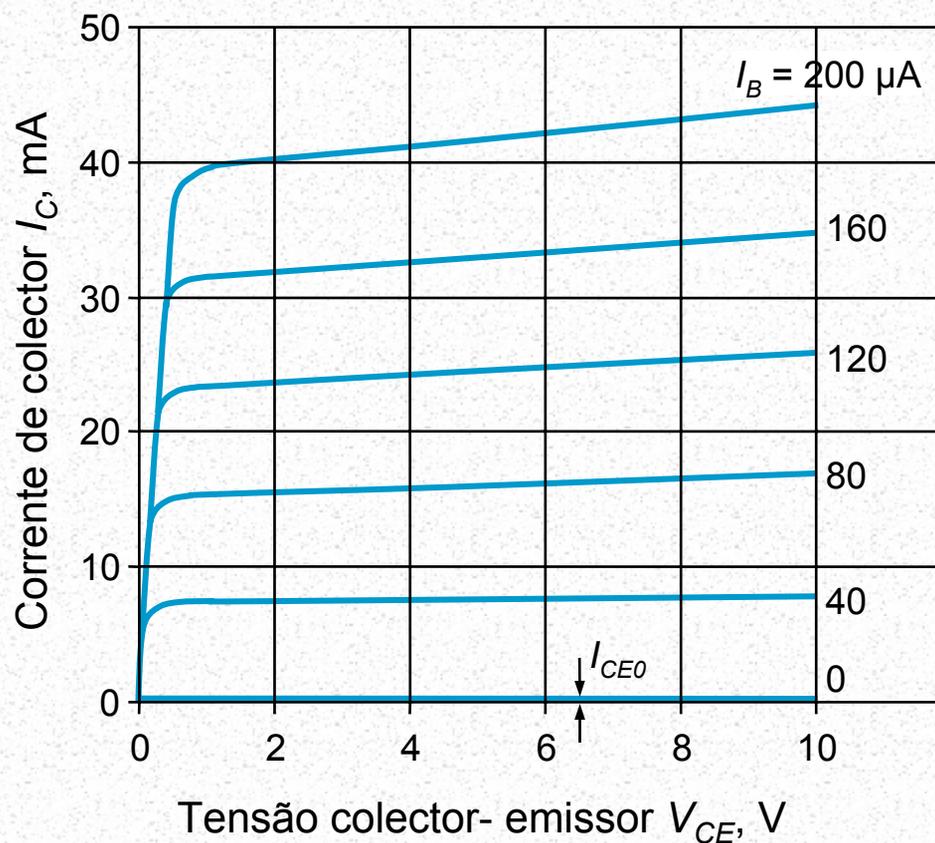
$$I_B = 0, \quad I_C = 0, \quad V_{CE} = V_{CC}$$



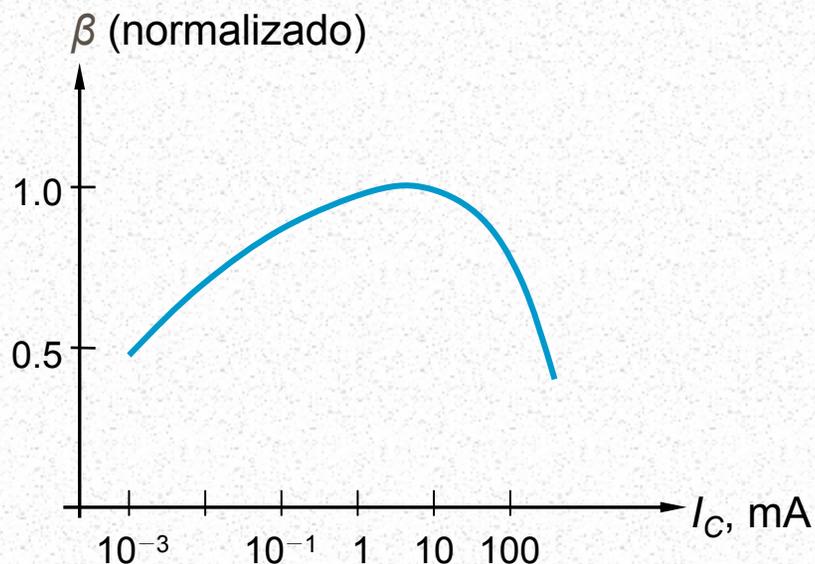
Transistor ligado

$$I_B > \frac{V_{CC}}{h_{FE} R_L}, \quad V_{CE} \approx 0, \quad I_C \approx \frac{V_{CC}}{R_L}$$

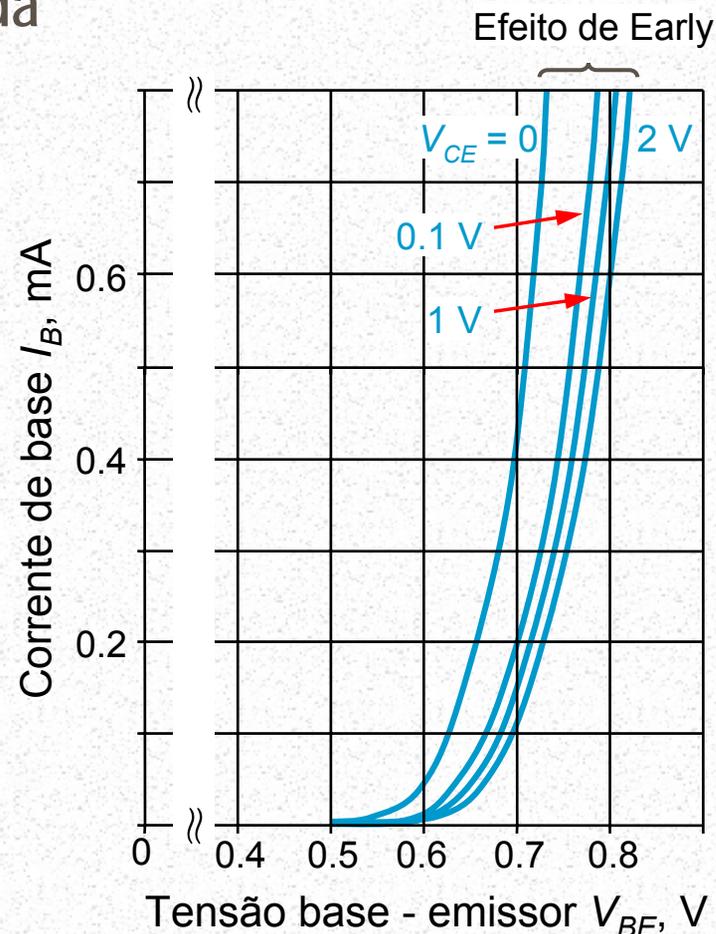
■ Características entrada Entrada-Saída



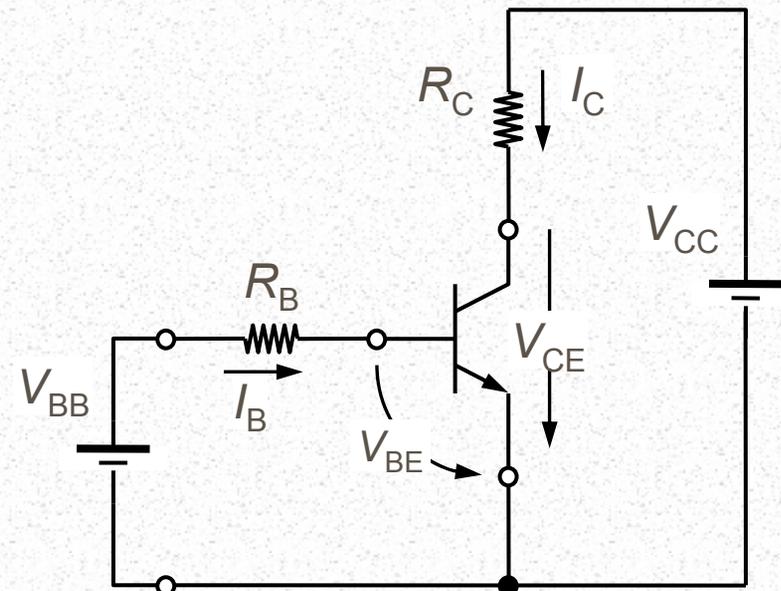
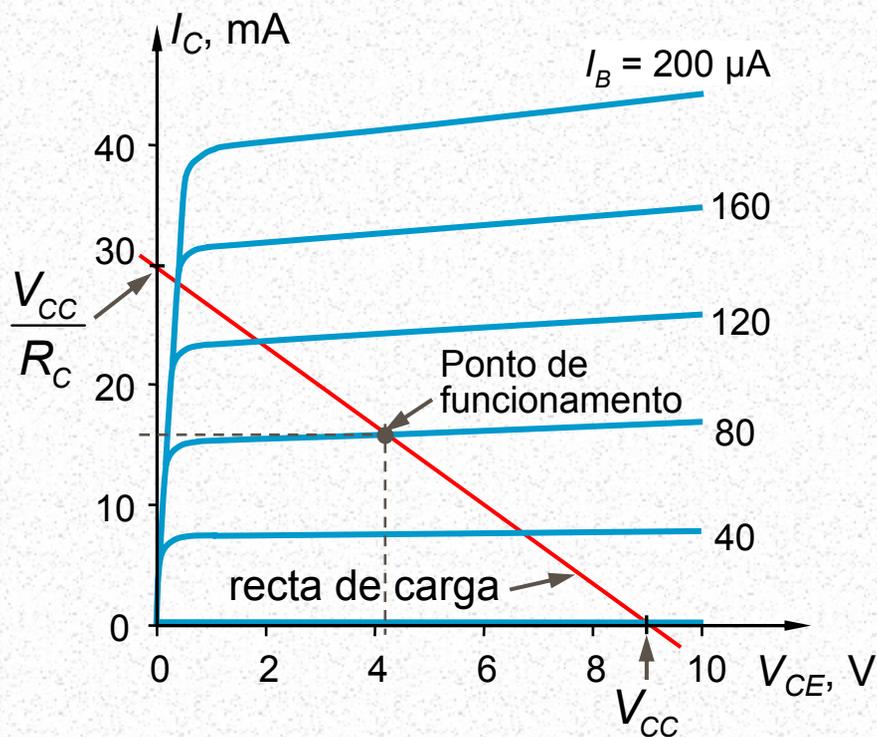
■ Características entrada Entrada-Saída



- O ganho (β) depende também da temperatura
- V_{BE} diminui cerca de $2\text{mV}/^\circ\text{C}$

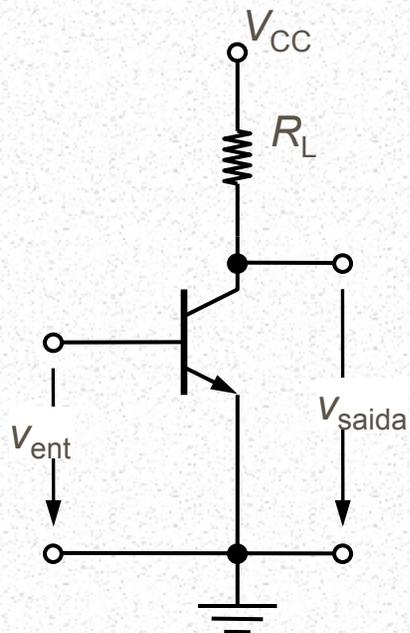


■ Características entrada Entrada-Saída

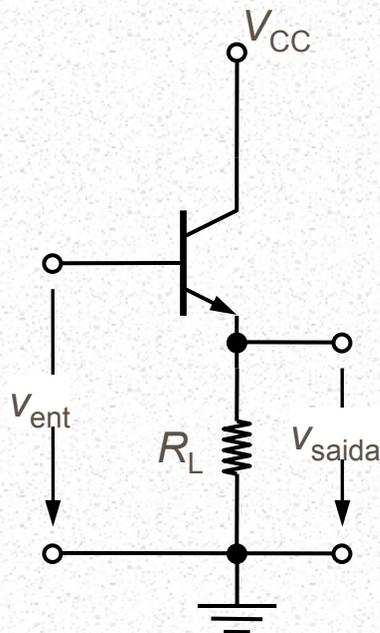


$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} \rightarrow \text{Recta de carga}$$

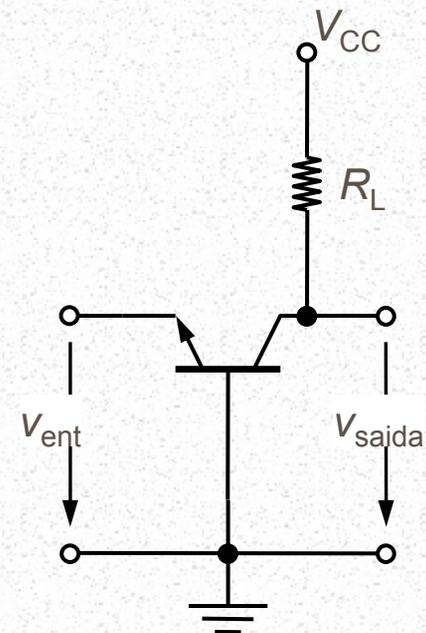
■ Configurações Básicas



Emissor Comum



Colector Comum



Base Comum