

# Análise da Resposta Temporal de Sistemas Dinâmicos de 3ª ordem

---

Licenciatura em Engenharia Electrónica Industrial  
Disciplina de Controlo Automático 2

ESTELA BICHO

## Objectivos:

---

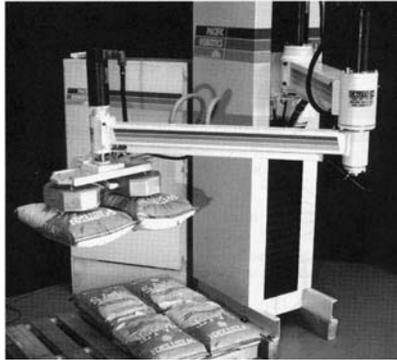
- ◆ Sistema dinâmico de terceira ordem.
- ◆ Simulação da velocidade de um robô industrial.
- ◆ Modelo de equação diferencial.
- ◆ Função de transferência e resposta forçada ao degrau. Ganho em regime permanente. Especificações da resposta temporal ao degrau.
- ◆ Polos dominantes  $\Rightarrow$  aproximação a um sistema 2ª ordem
- ◆ Conclusões.

## Sistema Dinâmico de 3ª ordem

**Exemplo:** robô industrial para tirar sacos pesados de uma paleta

Equação diferencial que modeliza o sistema no tempo:

$$\frac{d^3\omega_g(t)}{dt^3} + 14\frac{d^2\omega_g(t)}{dt^2} + 50\frac{d\omega_g(t)}{dt} + 100\omega_g(t) = K_g v_i(t)$$

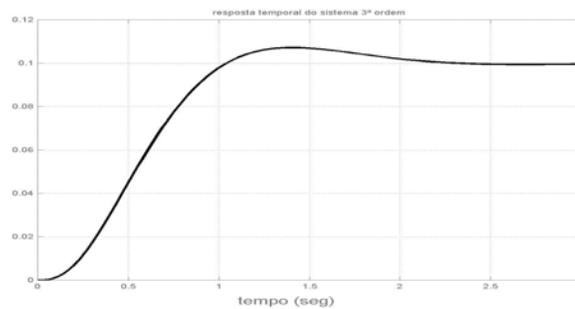
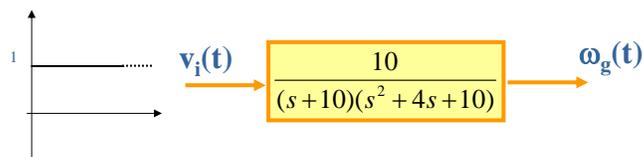


Função de transferência em malha aberta:

$$G_{robo}(s) = \frac{W_g(s)}{V_i(s)} = \frac{K_g}{(s+10)(s^2+4s+10)}$$

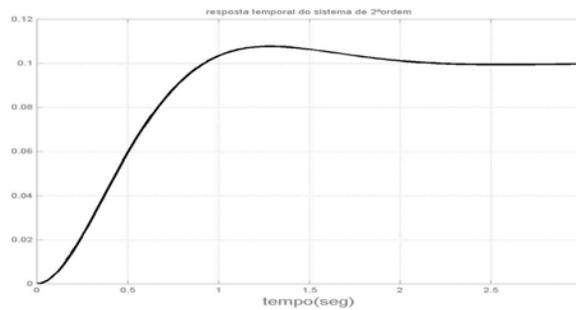
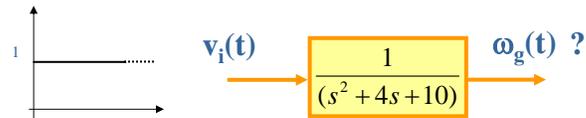
3

## Resposta do sistema de 3ª ordem



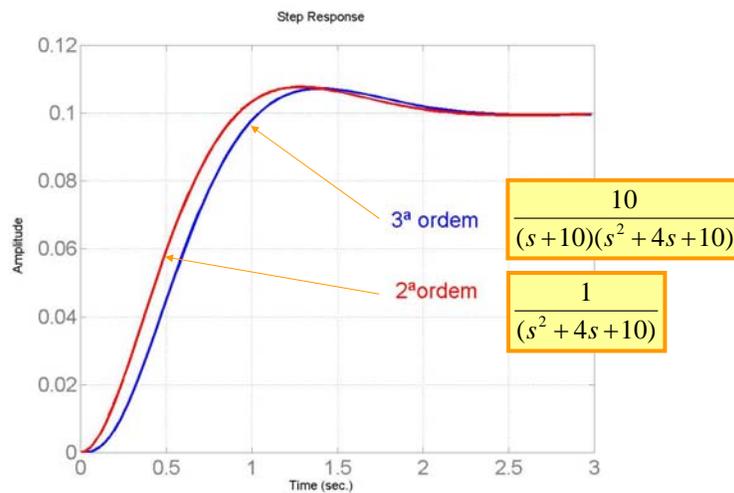
4

## Resposta do sistema de 3ª ordem: → aproximação a um sistema 2ª ordem



5

## Polos dominantes ⇒ Aproximação é possível



6

## Quando é válida a aproximação a um sistema de 2ª ordem ?

A seguir investigamos quando é que um sistema com três polos pode ser aproximado a um sistema de 2ª ordem!

$$G(s) = \frac{k}{(s + \alpha_r)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

-dois polos complexos conjugados:  $-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

-um polo real:  $-\alpha_r$

7

## Quando é válida a aproximação a um sistema de 2ª ordem ? (cont)

$$G(s) = \frac{k}{(s + \alpha_r)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

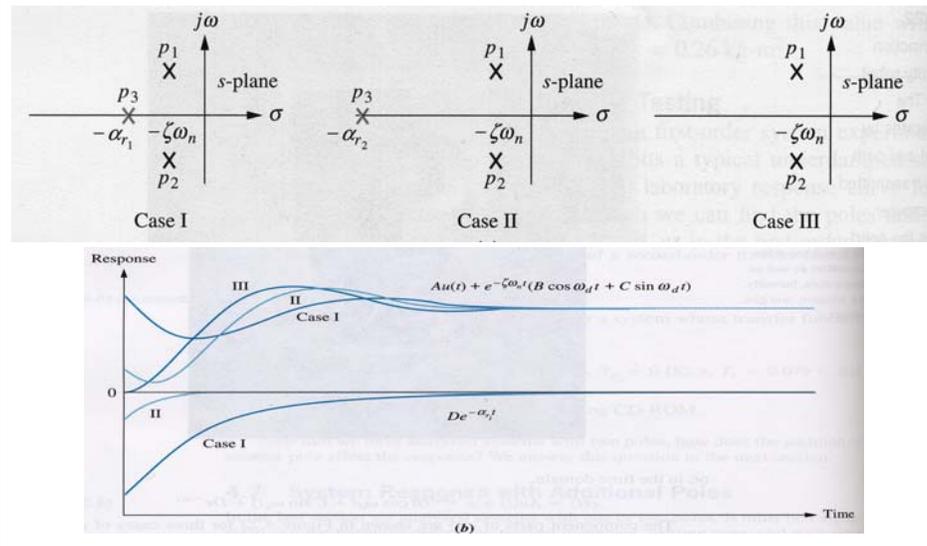
Resposta a um degrau unitário:

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B(s + \zeta\omega_n) + C\omega_d}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} + \frac{D}{s + \alpha_r}$$

$$y(t) = au(t) + e^{-\zeta\omega_n t} (B \cos(\omega_d t) + C \sin(\omega_d t)) + De^{-\alpha_r t}$$

8

## Quando é válida a aproximação a um sistema de 2ª ordem ? (cont)



## Quando é válida a aproximação a um sistema de 2ª ordem ? (cont)

Quão distante deve estar o polo real dos “polos dominantes” para que o efeito do terceiro polo na resposta do sistema aproximado de 2ª ordem seja negligível?

**Resposta:** se o polo real estiver 5 vezes mais para a esquerda do que os polos dominantes então podemos assumir que o sistema pode ser representado apenas pelos seus polos dominantes.

→ O efeito da exponencial é negligível após 5 constantes de tempo