

Leis de controlo básicas:

-- Controlo proporcional

Licenciatura em Engenharia Electrónica Industrial
Disciplina de Controlo Automático

PAULO GARRIDO/ESTELA BICHO

Objectivos:

- ◆ Relembrar: Definição de sistema de controlo
- ◆ Relembrar: Elementos do sistema de controlo
- ◆ Introdução às leis básicas de controlo
 - Princípios
 - Formulação matemática
 - Exemplos de Implementação
 - Vantagens e limitações

Controlo proporcional

Licenciatura em Engenharia Electrónica Industrial
Disciplina de Controlo Automático

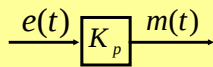
Objectivos:

- ◆ Definição de controlo proporcional
- ◆ Exemplos de implementação
- ◆ Ganho proporcional da lei de controlo e outros ganhos proporcionais no ciclo de controlo
- ◆ Exemplos de controlo proporcional:
 - de um sistema de 1ª ordem. Resultados.
 - de um sistema de 2ª ordem. Resultados.
- ◆ Sumário de resultados - o que investigar a seguir!

Definição de controlo proporcional

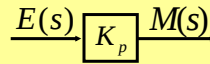
No domínio do tempo:

$$m(t) = K_p e(t)$$



No domínio de Laplace:

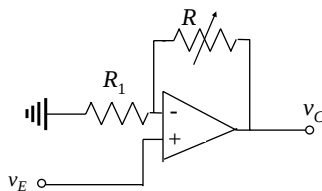
$$M(s) = K_p E(s)$$



Exemplos de implementação

v_E - tensão que representa a variável de erro

v_C - tensão que representa a variável de comando

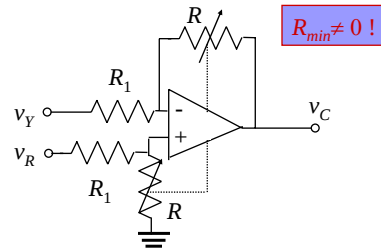


$$v_C(t) = \left(1 + \frac{R}{R_1}\right) v_E(t)$$

v_R - tensão que representa a variável de referência

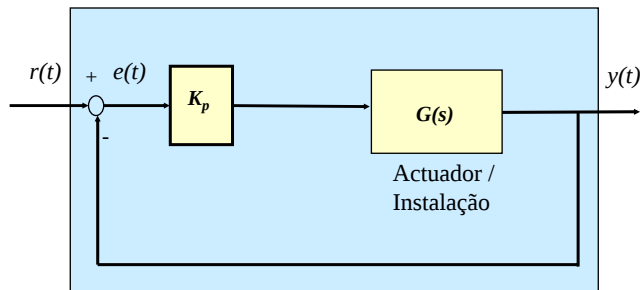
v_Y - tensão que representa a variável controlada

v_C - tensão que representa a variável de comando



$$v_C(t) = \frac{R}{R_1} (v_R(t) - v_Y(t))$$

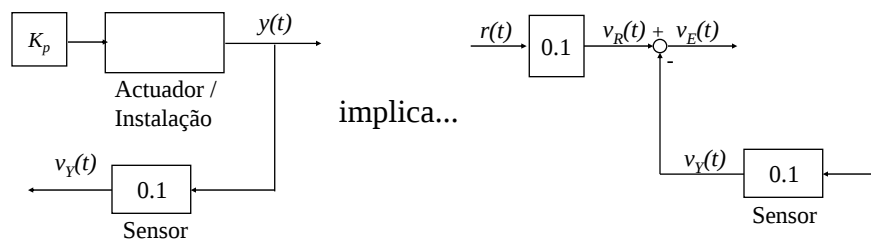
Expressão geral da função de transferência do sistema de controlo com lei proporcional:



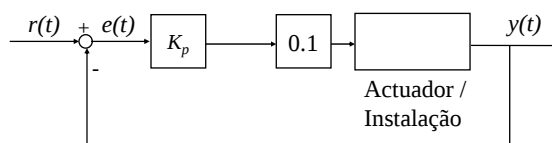
$$H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p G(s)}{1 + K_p G(s)}$$

O ganho K_p da lei de controlo não deve ser confundido...

◆ ...com outros ganhos proporcionais existentes na malha...



...e logo...



Exemplo de controlo proporcional de um sistema de 1ª ordem

◆ Instalação:

- Constante de tempo: 20 seg.
- Ganho em regime permanente: 1.

$$G(s) = \frac{1}{20s + 1}$$

◆ FT do Sistema de controlo em malha fechada:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(\frac{k_p}{1+k_p}\right)}{\left(\frac{20}{1+k_p}\right)s + 1}$$

◆ Resultados:

- existência de erro em regime permanente;
- velocidade de resposta sobe com o aumento de ganho.

Controlo proporcional de um sistema de 1ª ordem

◆ Expressão geral da função de transferência $Y(s)/R(s)$ do sistema de controlo com lei proporcional:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \frac{K_{rp}}{Ts + 1}}{1 + K_p \frac{K_{rp}}{Ts + 1}} = \frac{K_p K_{rp}}{Ts + 1 + K_p K_{rp}} = \frac{\left(\frac{K_p K_{rp}}{K_p K_{rp} + 1}\right)}{\left(\frac{T}{K_p K_{rp} + 1}\right)s + 1}$$

Ganho em regime permanente em malha fechada

Constante de tempo em malha fechada

Exemplo de controlo proporcional de um sistema de 2ª ordem

◆ Instalação:

- Sistema sobre-amortecido com pólos em -5 e -1.
- Ganho em regime permanente: 1/5.

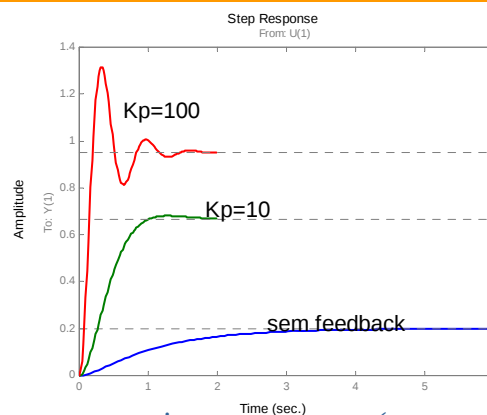
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 6s + 5}$$

◆ FT em malha fechada

$$H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_p}{s^2 + 6s + (5 + k_p)}$$

Exemplo de controlo proporcional de um sistema de 2ª ordem

◆ Simulação:



◆ Resultados:

- existência de erro em regime permanente (provar analiticamente);
- o aumento de ganho torna a resposta (mais) oscilatória, mas não se verifica instabilidade.(porquê?)

Controlo proporcional de um sistema de 2ª ordem. $Y(s)/R(s)$ em malha fechada.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \frac{K_{rp} \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}}{1 + K_p \frac{K_{rp} \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}} = \frac{K_p K_{rp} \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 (1 + K_p K_{rp})}$$

$$\begin{aligned} \omega_{nmf}^2 &= \omega_n^2 (1 + K_p K_{rp}) & \omega_{nmf} &= \omega_n \sqrt{1 + K_p K_{rp}} \\ \zeta_{mf} \omega_{nmf} &= \zeta \omega_n & \zeta_{mf} &= \frac{\zeta \omega_n}{\omega_{nmf}} = \frac{\zeta}{\sqrt{1 + K_p K_{rp}}} \\ K_{rpmf} \omega_{nmf}^2 &= K_p K_{rp} \omega_n^2 & K_{rpmf} &= \frac{K_p K_{rp} \omega_n^2}{\omega_{nmf}^2} = \frac{K_p K_{rp}}{1 + K_p K_{rp}} \end{aligned}$$

Sumário de resultados

- ◆ Com a lei de controlo proporcional, verificou-se **erro em regime permanente** não-nulo (p/ sistemas de 1ª e 2ª ordem)!
- ◆ O aumento do ganho proporcional provocou:
 - aumento do esforço de controlo;
 - diminuição do erro em regime permanente;
 - **deslocamento dos pólos** no plano s ;

o que investigar a seguir!

- ◆ Com a lei de controlo proporcional, verifica-se **erro em regime permanente** nulo (p/ sistemas de ordem superior a 2)!
- ◆ Atrasos na malha de controlo podem causar instabilidade